

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА ПО ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИИ
И МОНИТОРИНГУ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

ТОЛСТЫХ М.А., ШАШКИН В.В., ФАДЕЕВ Р.Ю.,
ШЛЯЕВА А.В., МИЗЯК В.Г., РОГУТОВ В.С.,
БОГОСЛОВСКИЙ Н.Н., ГОЙМАН Г.С.,
МАХНОРЫЛОВА С.В., ЮРОВА А.Ю.

СИСТЕМА МОДЕЛИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ ДЛЯ БЕСШОВНОГО ПРОГНОЗА

Москва

2017

УДК 551.509.313.41

ББК 26.236

С40

М.А. Толстых, В.В. Шашкин, Р.Ю. Фадеев и др. Система моделирования атмосферы для бесшовного прогноза / под ред. М.А. Толстых. — М.: Триада лтд, 2017. — 166 с.

Данная книга представляет собой описание многомасштабной (бесшовной) системы глобального моделирования атмосферы, созданной на основе полулагранжевой модели атмосферы ПЛАВ. Система разработана в Институте вычислительной математики РАН и Гидрометцентре России. В книге приводится описание блока решения уравнений динамики, параметризаций процессов подсеточного масштаба. Рассматривается параллельная реализация модели. Представлена система ансамблевого прогноза на основе модели ПЛАВ и локального ансамблевого фильтра Калмана с переходом в пространство ансамбля. Авторы уделяют внимание оперативной технологии применения модели ПЛАВ для расчета среднесрочных прогнозов, а также некоторым деталям, связанным с практическим использованием модели. Наконец, представлены некоторые результаты применения модели для воспроизведения атмосферных процессов на различных временных масштабах.

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. А.В. Старченко

This book presents a description of the multiscale (seamless) global atmosphere modeling system based on the semi-Lagrangian atmosphere model SL-AV. The system has been developed at the Institute of Numerical Mathematics Russian Academy of Sciences and Hydrometcentre of Russia. The description for dynamical core and subgrid-scale processes parameterizations is given. The parallel implementation of the model is considered. The ensemble prediction system based on SL-AV model and local ensemble transform Kalman filter is presented. Some details on operational technology for SL-AV medium-range weather forecasts and the practical use of the model are given. Finally, some results on model application for atmospheric processes simulation at different time scales are presented.

ISBN 978-5-9908623-3-3

© Коллектив авторов, 2017

Введение

Современный подход к решению такой важной задачи, как прогнозирование состояния атмосферы, опирается на широкое использование математических моделей. Исторически проблема прогнозирования состояния атмосферы разделилась на три слабосвязанных между собой задачи: прогноз погоды на срок от нескольких часов до десятка дней, долгосрочный прогноз погоды на несколько месяцев и прогнозирование изменений климата от нескольких лет и больше. Несмотря на то, что во всех этих случаях моделируется одна и та же среда – атмосфера, большинство математических моделей климата даже сейчас не могут дать удовлетворительный прогноз погоды на несколько дней. Справедливо и обратное, модели прогноза погоды часто воспроизводят современный климат со значительными ошибками.

В 2005 году была выдвинута концепция многомасштабной модели атмосферы (или бесшовного прогноза) [9, 14]. Она состоит в том, что в атмосфере не существует искусственных временных границ, разделяющих синоптические, сезонные и межгодовые масштабы. В силу нелинейности атмосферы процессы всех временных масштабов взаимодействуют между собой. Таким образом, модель атмосферы, ориентированная на воспроизведение каких-либо явлений, должна адекватно воспроизводить явления всех временных масштабов. Разработка многомасштабных моделей относится к числу приоритетных задач во многих метеорологических центрах мира.

В основе любой математической модели атмосферы находится система уравнений гидротермодинамики атмосферы. Эта система уравнений может быть записана относительно разных прогностических переменных, в различных вертикальных координатах и приближениях. Программный блок численного решения такой системы уравнений называется динамическим ядром. Это центральный элемент любой прогностической модели атмосферы, вокруг которого выстраиваются остальные программные компоненты.

Динамический блок модели атмосферы дополняется описанием атмосферных процессов, не связанных с гидродинамикой, а также процессов, имеющих масштаб меньше ячейки расчетной сетки. К числу таких про-

цессов относятся, например, перенос солнечного излучения, образование и выпадение осадков, мелкомасштабная турбулентность в пограничном слое атмосферы. Эти явления описываются с помощью упрощенных физических моделей, называемых параметризациями.

Современная система моделирования атмосферы помимо прогностической модели, ответственной за воспроизведение динамики глобальной атмосферной циркуляции, должна включать систему усвоения данных наблюдений, применяемую для оценки текущего состояния атмосферы. Главная задача системы усвоения – анализ, проверка и перенос разнородных по времени и пространству данных наблюдений на расчетную сетку модели. Для моделирования на сезонных масштабах необходима также система усвоения данных для океана и морского льда. Разработка системы усвоения – трудоемкая и сложная задача.

Первая попытка численного прогноза была предпринята в начале XX века и потребовала объединения усилий большого числа людей, условно разделенных на две категории: вычислителей, оперирующих арифмометрами, и людей-коммуникаторов, основной функцией которых являлась организация одновременных расчетов. Первые модели численного прогноза погоды появились почти одновременно с появлением первых компьютеров. Это были весьма несовершенные модели, основанные на одном двумерном уравнении переноса атмосферного вихря. По мере развития вычислительной техники происходило постепенное усложнение моделей оперативного прогноза погоды: в середине 60-х годов XX века одно двумерное уравнение уступило место системе уравнений мелкой воды на сфере. К концу 60-х годов были разработаны вычислительные методы, позволяющие решать трехмерные уравнения атмосферы [2]. В свою очередь, дальнейшее повышение производительности компьютеров в начале 70-х годов привело к моделям атмосферы, основанным на полной трехмерной системе уравнений атмосферы.

По мере развития моделей атмосферы и прогресса вычислительной техники становится все более очевидно, что с повышением пространственного разрешения и улучшением параметризаций процессов подсеточного масштаба ошибки модельного климата уменьшаются [10, 11]. Это подтверждается и результатами проекта по сравнению моделей Земной системы CMIP3 (2007 г.) и CMIP5 (2013 г.) [7]. Также в последние десятилетия постепенно снижается уровень ошибок в численном прогнозе погоды (см., например, <http://apps.ecmwf.int/wmolcdnv/>).

Чем выше разрешение модели атмосферы (и, следовательно, размерность решаемой задачи), тем точнее мы можем описать рельеф земной поверхности (орографию) и его взаимодействие с атмосферным потоком. Более высокое разрешение модели атмосферы позволяет точнее описывать каскад энергии по спектру атмосферных движений, а в некоторых

случаях перейти от параметрического к явному описанию некоторых атмосферных явлений (например, глубокой конвекции). Это, в свою очередь, способствует уменьшению ошибок прогноза.

Сейчас расчет прогноза погоды осуществляется на массивно-параллельных вычислительных системах с многими тысячами процессорных ядер. Организация таких расчетов невозможна без специалистов в области параллельных вычислительных технологий. Поэтому разработка и поддержание систем прогноза погоды требует объединения усилий исследователей различного профиля из разных институтов и разных стран. Важно отметить, что лишь около десятка стран в мире развивают собственные технологии моделирования глобальной атмосферы, которые позволяют давать прогноз на всей поверхности земного шара. К числу таких стран относятся: Россия, США, Англия, Канада, Франция, Япония, Германия, Австралия и с 2015 года Китай. Интерес к созданию собственной глобальной системы прогнозирования также проявляют Южная Корея и Индия.

Моделирование климата начало развиваться несколько десятилетий назад. Вначале климатические модели были фактически глобальными моделями атмосферы с фиксированной температурой поверхности океана. В дальнейшем климатические модели развивались в направлении большего усложнения, к ним постепенно подключались модели океана, почвы, морского льда и т. д.

Данная книга посвящена описанию многомасштабной (бесповной) системы глобального моделирования атмосферы, созданной на основе полулагранжевой модели атмосферы ПЛАВ (от ПолуЛагранжева, основанная на уравнении Абсолютной завихренности, в английском варианте – SL-AV) в Институте вычислительной математики РАН и Гидрометцентре России. Главной задачей при разработке модели ПЛАВ ставилась максимальная точность при минимальных вычислительных затратах, что позволяет использовать максимально возможное разрешение модели при заданных ограничениях на вычислительные ресурсы.

Начало разработки модели ПЛАВ относится к 1995 году, когда появилась статья Рэя Бэйтса и Йонга Ли [5], посвященная полулагранжевой двумерной модели мелкой воды на сфере на основе уравнения потенциального вихря. Вместо потенциальной завихренности, применение которой в качестве прогностической переменной в трехмерном случае затруднено, в модели используется вертикальный компонент абсолютной завихренности. Применение несмещенной по горизонтали сетки (или сетки А, согласно Аракаве [3]) казалось желательным, так как позволяло избежать вычисления нескольких траекторий для каждой ячейки сетки в полулагранжевой модели, а также двумерных операторов осреднения.

Применение пары «вертикальный компонент абсолютной завихренности – горизонтальная дивергенция» в качестве прогностических перемен-

ных позволяет использовать в конечно-разностной полулагранжевой модели несмещенную сетку, обеспечив при этом такие же характеристики распространения гравитационных волн, как на сетках В и С, и несколько лучшие для инерционно-гравитационных волн и волн Россби [12, 13].

В [4] была представлена первая трехмерная версия модели, которая имела разрешение $1,5^\circ$ по долготе и широте, 20 уровней по вертикали. Для описания процессов подсеточного масштаба применялись алгоритмы, разработанные консорциумом по региональному прогнозу погоды ALADIN/LACE.

Внедрение модели ПЛАВ в качестве основного численного метода глобального среднесрочного прогноза погоды в Гидрометцентре России в начале 2010 г. позволило примерно в два раза сократить отставание России, по сравнению с лидирующей группой мировых прогностических центров, в ошибках прогноза таких важных параметров, как давление на уровне моря, температура на уровне 850 гПа и высота поверхности 500 гПа. В настоящее время оперативный вариант модели ПЛАВ для среднесрочного прогноза погоды имеет горизонтальное разрешение $0,225^\circ$ по долготе; по широте применяется переменное разрешение: от $0,24^\circ$ в Южном полушарии до $0,16^\circ$ в Северном полушарии (разрешение над территорией России около 20 км). Эта версия модели имеет 51 уровень по вертикали. Для оперативного долгосрочного прогноза погоды от месяца до сезона применяется модель ПЛАВ с горизонтальным разрешением $1,40625^\circ$ по долготе, $1,125^\circ$ по широте и 28 уровнями по вертикали. Версия для долгосрочного прогноза погоды к настоящему моменту устарела и практически не развивается. На смену ей подготовлена новая версия модели ПЛАВ для бесшовного прогноза, представленная в данной книге.

Разработка системы бесшовного прогноза влечет за собой необходимость подключения к модели атмосферы новых моделей-компонент Земной системы (океана, морского льда, деятельного слоя почвы, малых газовых составляющих и т. д.). Коллективом авторов совместно с Институтом океанологии им. П.П. Ширшова РАН подготовлена совместная модель атмосферы и Мирового океана [8] на основе модели Мирового океана ИВМИО [1]. Данную модель вместе с моделью океанского льда CICE [6] предполагается использовать для прогноза аномалий климата на межгодовых масштабах. Трехкомпонентная модель уже реализована, в настоящее время ведется ее отладка и проверка климатических характеристик. Разработка такой модели соответствует общемировому подходу: совместные модели в сейчас применяются в большинстве прогностических центров для вероятностного долгосрочного прогноза погоды. Более того, ведущие прогностические центры, такие как Европейский центр среднесрочных прогнозов погоды, метеослужба Великобритании, уже в ближайшие годы планируют применять совместные модели атмосферы, океана, морского льда

для среднесрочного прогноза погоды.

Создание и развитие модели и сопутствующих ей технологий (подготовка начальных данных, постпроцессинг, организация расчетов и т.д.) проводилось и продолжает осуществляться коллективом авторов. В исследованиях и разработках активное участие принимают студенты вузов (МФТИ, МГУ им. М. В. Ломоносова, МГТУ им. Н. Э. Баумана, МЭИ и других). Связанные с разработкой модели ПЛАВ технологии и результаты исследований, полученные на ее основе, опубликованы в высокорейтинговых отечественных и зарубежных журналах.

Содержание данной книги отражает основные аспекты атмосферной компоненты системы бесшовного моделирования атмосферы. В главе 1 приводится подробное описание блока решения уравнений динамики атмосферы. В главе 2, посвященной параметризациям процессов подсеточного масштаба, применяемым в модели, представлены лишь принципы и идеи, на которых они основаны, при этом по каждой параметризации даются ссылки на публикации. В главе 3 рассматривается параллельная реализация программного комплекса модели. Перспективная система ансамблевого прогноза на основе модели ПЛАВ и локального ансамблевого фильтра Калмана с переходом в пространство ансамбля представлена в главе 4. Глава 5 описывает оперативную технологию применения модели ПЛАВ для расчета детерминистических среднесрочных прогнозов. Некоторые детали программной реализации программного комплекса модели, в частности настроечные параметры, приводятся в главе 6. Наконец, в главе 7 представлены некоторые текущие результаты применения модели для воспроизведения атмосферных процессов на различных временных масштабах.

Коллектив авторов благодарит Метео-Франс и консорциум ALADIN /LACE, предоставившие алгоритмы параметризаций процессов подсеточного масштаба. Авторы выражают благодарность [Г.И. Марчуку], [Ж.-Ф. Желену], В.П. Дымникову, Д.Б. Киктеву, Р. М. Вильфанду, С.В. Лубову, Е.М. Володину, Р. Брозковой, Ф. Ване, С.В. Кострыкину, И.Н. Эзау, Н.П. Шакиной за поддержку и помощь, оказанную в ходе разработки и внедрения модели.

Авторы признательны многим сотрудникам Гидрометцентра России, особенно Р. Б. Зарипову, А.Р. Ивановой, Е.Н. Скриптуновой, И.И. Жабиной, Ю.С. Степанову, А.В. Недачиной за помощь при внедрении модели.

Разработка и практическая реализация модели осуществлялась при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 98-05-64209, 01-05-64582, 04-05-64638, 05-07-90355, 07-05-00893, 06-05-08109, 08-05-13570, 09-05-12054, 10-05-01066, 17-05-01227), Российского научного фонда (гранты 14-27-00126, 14-37-00053), ИНТАС (грант 96-2074), Фонда содействия отечественной науке.

Литература к Введению

1. *Ибраев Р.А., Хабеев Р.Н., Ушаков К.В.* Вихреразрешающая $1/10^\circ$ модель Мирового океана // Изв. РАН, сер. Физика атмосферы и океана. — 2012. — Т. 48. — С. 45–55.
2. *Марчук Г.И.* Численные методы в прогнозе погоды. — Л.: Гидрометеиздат, 1967. — 353 с.
3. *Мезингер Ф., Аракава А.* Численные методы, используемые в атмосферных моделях. Т. 1. — Л.: Гидрометеиздат, 1979. — 89 с.
4. *Толстых М.А.* Полулагранжева модель атмосферы с высоким разрешением для численного прогноза погоды // Метеорология и гидрология. — 2001. — № 4. — С. 5–16.
5. *Bates J.R., Li Yong, Brandt A., McCormick S.F., Ruge J.* A global shallow-water numerical model based on the semi-Lagrangian advection of potential vorticity // Quart. J. Roy. Met. Soc. — 1995. — V. 121, issue 528. — P. 1981–2006.
6. CICE: The Los Alamos sea ice model. — 2017. — URL: <http://oceans11.lanl.gov/trac/CICE/#no1> (visited on 12/09/2017).
7. Climate Change 2014: Synthesis Report. Contribution of Working Groups I, II and III to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. — 2015. — URL: http://www.ipcc.ch/pdf/assessment-report/ar5/syr/SYR_AR5_FINAL_full_wcover.pdf (visited on 12/09/2017).
8. *Fadeev R.Y., Ushakov K.V., Kalmykov V. V., Tolstykh M.A., Ibrayev R.A.* Coupled atmosphere–ocean model SLAV–INMIO: implementation and first results // Russ. J. Num. An. Math. Mod. — 2016. — V. 31, N. 6. — P. 329–337.
9. *Hoskins B.* The potential for skill across the range of the seamless weather-climate prediction problem: a stimulus for our science // Quart. J. Roy. Met. Soc. — 2013. — V. 139, issue 672. — P. 573–584.
10. *Jung T.* [et al.]. High-resolution global climate simulations with the ECMWF model in Project Athena: Experimental design, model climate, and seasonal forecast skill // J. Climate. — 2012. — V. 25. — P. 3155–3172.
11. *Kendon E.J., Roberts N.M., Senior C.A., Roberts M.J.* Realism of rainfall in a very high-resolution regional climate model // J. Climate. — 2012. — V. 25. — P. 5791–5806.
12. *Neta B., Williams R.T.* Rossby wave frequencies and group velocities for finite element and finite difference approximations to the vorticity-divergence and primitive forms of the shallow water equations // Mon. Wea. Rev. — 1989. — V. 17. — P. 1439–1457.
13. *Randall D. A.* Geostrophic adjustment and the finite-difference shallow water equations // Mon. Wea. Rev. — 1994. — V. 122. — P. 1371–1377.
14. *Shukla J., DelSole T., Fennessy M., Kinter J., Paolino D.* Climate model fidelity and projections of climate change // Geoph. Res. Lett. — 2006. — V. 33. — P. L07702.

Глава 1

Блок решения уравнений динамики атмосферы

Толстых М.А., Шапкин В.В., Фадеев Р.Ю., Гойман Г.С.

Основной задачей при разработке динамического ядра модели ПЛАВ было достижение точности, соответствующей современному мировому уровню, при скорости расчетов, позволяющей уложиться в требования к оперативному прогнозу погоды при использовании минимально возможного числа процессоров. Кроме того, представлялось желательным сохранить высокую вычислительную эффективность в максимальном возможном диапазоне разрешений, поскольку динамическое ядро предназначается для решения различных задач – от численного прогноза погоды до моделирования климата. Два указанных выше требования в некотором смысле противоречат друг другу, так как использование глобального динамического ядра при максимально возможном разрешении (порядка 3–5 километров) требует высокой эффективности расчетов на десятках тысяч процессорных ядер. Однако численные методы, позволяющие достичь максимальной производительности при малом количестве ядер, плохо масштабируются, а методы, которые хорошо масштабируются, как правило, медленны при малом количестве ядер.

С учетом типичных применений модели ПЛАВ, упомянутых выше, а также ограниченности доступных вычислительных ресурсов, наш подход к построению динамического ядра основывается на следующих методах. Мы используем полунеявную схему интегрирования по времени [5, 29] и полулагранжев подход к дискретизации адвективных членов уравнений [35]. Данное сочетание позволяет использовать шаги по времени значительно больше ограничения, определяемого из условия устойчивости Куранта. Практически можно использовать шаг по времени в 3–5 раз больше, чем максимально возможный при использовании эйлеровой схемы расчета адвективных членов и/или явной схемы интегрирования по времени, однако требуется решение задачи типа Гельмгольца на каждом шаге по времени, а также повышается нагрузка на коммуникационную сеть между вычислительными узлами. Используется несмещенная (неразнесенная)

сетка по горизонтали, т. е. скалярные и векторные переменные хранятся в одних и тех же точках. Таким образом, для полулагранжевой схемы расчета адвекции необходимо вычисление только одного семейства обратных траекторий (при использовании разнесенной сетки типа «С» [4, 6] требуется три семейства траекторий). Кроме того, точность расчета траекторий на неразнесенной сетке выше, чем на разнесенной, так как обе компоненты горизонтальной скорости ветра определены в конечных точках, а следовательно, требуется меньше интерполяций.

Малая численная дисперсия инерционно-гравитационных волн и волн Россби на неразнесенной сетке достигается за счет использования в качестве прогностических переменных вертикальной компоненты относительной завихренности и горизонтальной дивергенции поля скорости ветра (согласно [27]). Это требует восстановления скорости горизонтального ветра из завихренности и дивергенции на каждом шаге по времени. Данная задача решается путем прямого обращения конечно-разностных определений относительной завихренности и дивергенции. Подобный подход приводит к точному и эффективному алгоритму [40].

В настоящее время основным способом численного решения задач эллиптического типа в модели ПЛАВ (уравнения Гельмгольца и задачи восстановления скорости по завихренности и дивергенции) является применение прямых методов с использованием представления Фурье по долготе. Эти методы предоставляют возможность быстрых расчетов при малом числе процессорных ядер и не ограничивают параллельную эффективность модели до, примерно, нескольких тысяч ядер. Однако для практических расчетов с разрешением около 10 км и большим числом уровней по вертикали требуется масштабируемость программного комплекса модели на десятки тысяч вычислительных ядер. Для повышения масштабируемости модели был разработан алгоритм численного решения задач эллиптического типа на основе итеративного многосеточного метода. Известно [24], что подобные алгоритмы могут эффективно масштабироваться до порядка 10^5 процессорных ядер. В настоящее время многосеточный алгоритм находится в режиме тестирования.

Для вычисления градиента, дивергенции и завихренности используются конечно-разностные формулы четвертого порядка. В ранних версиях модели ПЛАВ для уменьшения ошибок аппроксимации использовались компактные конечно-разностные формулы [41]. В настоящее время для повышения параллельной эффективности применение компактных формул исключено везде, кроме прямых алгоритмов решения уравнения Гельмгольца и восстановления поля горизонтальной скорости [40].

Важным вопросом разработки динамического блока глобальной атмосферной модели является выбор сетки на сфере (рис. 1.1, 1.2). Регулярная широтно-долготная сетка (рис. 1.2), применявшаяся для моделирования

атмосферы в течение нескольких десятилетий, не может использоваться при горизонтальном разрешении менее 10 км. Чрезмерное уменьшение шага регулярной сетки по долготе около полюсов (вследствие сходимости меридианов) вынуждает использовать очень маленький шаг по времени для устойчивости численного решения или полярные фильтры, которые требуют глобальных передач данных и отрицательно влияют на параллельную эффективность. Шаги регулярной сетки по широте и долготе в высоких широтах в единицах длины могут различаться на порядок (или еще больше), что представляет трудность для описания процессов подсеточного масштаба. Большой интерес представляет разработка моделей атмосферы на сетках с квазиравномерным разрешением (икосаэдральных, сетках типа кубическая сфера, Инь-Янь или других), о чем свидетельствует большое количество работ на эту тему (см., например, [13, 26, 34, 46]).

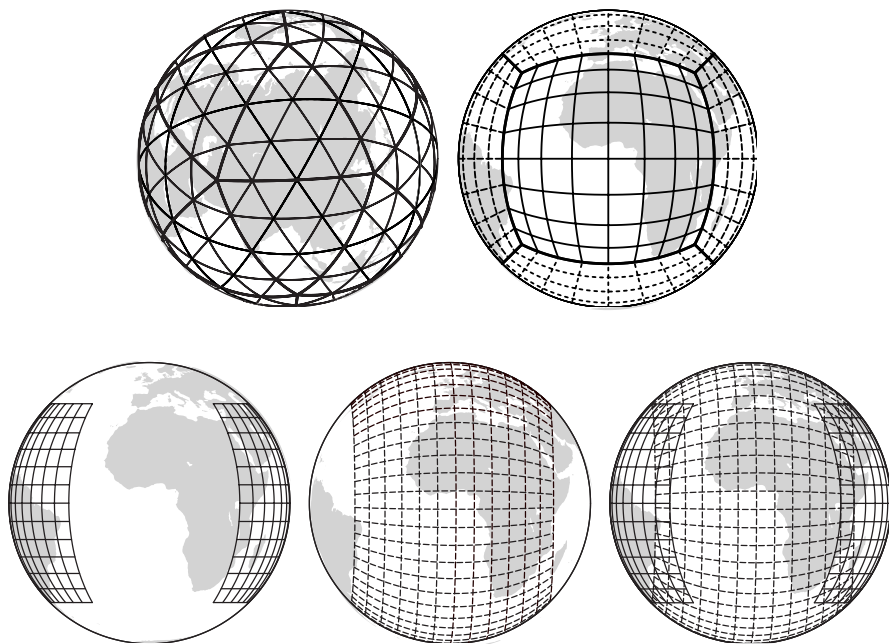


Рис. 1.1: Сферические сетки. Верхний ряд: икосаэдральная сетка, сетка типа кубическая сфера. Нижний ряд: конструкция сетки типа Инь-Янь.

К сожалению, всем сеткам с квазиравномерным разрешением, предложенным до настоящего времени, свойственен как минимум один из следующих недостатков [36]: дисбаланс между векторными и скалярными степенями свободы (сетки с треугольными или шестиугольными ячейками), неортогональность системы координат (кубическая сфера), области наложения или стыковки регионов с разными характеристиками (Инь-Янь, кубическая сфера). Эти недостатки могут ухудшить точность моделирова-

ния атмосферы, вызывать явления «отпечатка сетки» на численном решении и/или нефизических отражений волн и некоторые другие проблемы.

Модель ПЛАВ использует редуцированную широтно-долготную сетку (рис. 1.2), предложенную в [18], построенную по алгоритму [12]. Мы полагаем, что использование редуцированной сетки может в значительной степени решить проблемы использования регулярной широтно-долготной сетки в полярных регионах. Редуцированная широтно-долготная сетка относительно легко может быть программно реализована, на ней не наблюдается проблем, свойственных более сложным типам сеток с квазиравномерным разрешением. Как показано в [40], проблемы точности моделирования на редуцированной сетке, указанные в [45, 36], могут быть преодолены при использовании дискретизаций высокого порядка и оптимизации сетки по алгоритму [12].

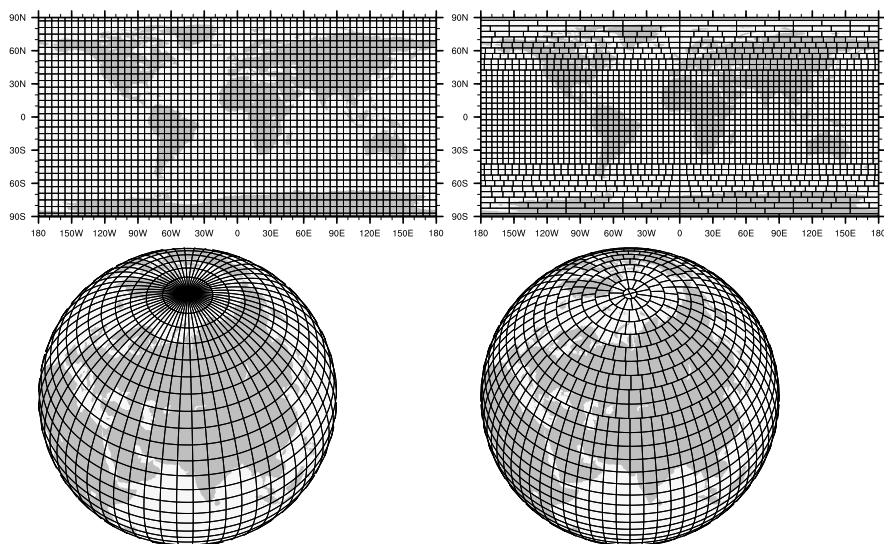


Рис. 1.2: Слева – регулярная широтно-долготная сетка, справа – редуцированная широтно-долготная сетка.

Еще одной особенностью модели ПЛАВ является возможность использовать переменное разрешение по широте. Переменное разрешение по широте в сочетании с возможностью использовать несимметричную относительно экватора редукцию сетки позволяет повышать разрешение в области интереса (средние широты Северного полушария) и огрублять его в других регионах (например, Южное полушарие). Такой подход весьма эффективен для территории России, которая вытянута по долготе почти на 180° .

1.1 Уравнения модели

Уравнения модели ПЛАВ выведены из системы «примитивных» уравнений [15] (уравнения гидротермодинамики атмосферы в приближениях гидростатики, мелкой атмосферы и сферической Земли). По вертикали используется гибридная координата [33]. Давление на уровне η гибридной системы координат задается формулой $p(\eta) = A(\eta)p_0 + B(\eta)p_s$, где p_s – приземное давление, а p_0 – константа, примерно равная среднему давлению на уровне Земли. Уровни гибридной системы координат огибают рельеф около поверхности Земли ($A = 0$), затем с ростом высоты приближаются к изобарическим поверхностям и совпадают с ними выше некоторого уровня ($B = 0$).

В приведенных ниже уравнениях применяются следующие обозначения (см. список обозначений в разделе 1.7.1): долгота и широта на сфере – (λ, φ) ; \vec{r} – радиус вектор точки на сфере; a – радиус Земли. Используются стандартные определения оператора ∇ и лагранжевой производной по времени $\frac{d}{dt}$ (производной вдоль траектории частицы, движущейся вместе с жидкостью). \vec{V} – горизонтальная скорость ветра, а u и v являются ее компонентами. $D = \nabla \cdot \vec{V}$ и $\zeta = \vec{k} \cdot \nabla \times \vec{V}$ – горизонтальная дивергенция и вертикальный компонент относительной завихренности; $\vec{k} = \vec{r}/a$ – единичный вектор сферической системы координат по вертикали. Вертикальная скорость в гибридной системе координат обозначена $\dot{\eta}$. Параметр Кориолиса $f = 2|\vec{\Omega}| \sin \varphi$, где $\vec{\Omega}$ – угловая скорость вращения Земли. Φ – геопотенциал (высота уровня η , умноженная на ускорение свободного падения g); T – температура; Φ_s – геопотенциал поверхности Земли. Также используется виртуальная температура $T_v = \frac{R_{\text{moist}}}{R_d} T$, где R_d – газовая постоянная сухого воздуха; газовая постоянная влажного воздуха – $R_{\text{moist}} = (1 - q - \sum q_i)R_d + qR_v$; q – удельная концентрация водяного пара; q_i – удельная концентрация жидких и твердых фаз воды (град, снег, капли); R_v – газовая постоянная водяного пара. Введение виртуальной температуры позволяет записать уравнение состояния для смеси воздуха и различных фаз воды как для одного газа $p = \rho R_d T_v$, где ρ – плотность воздуха. Теплоемкости влажного и сухого воздуха обозначены c_p и c_{pd} соответственно; c_p учитывает вклады от всех агрегатных состояний воды. Источник/сток произвольной величины ψ вследствие процессов подсеточного масштаба обозначен как F_ψ .

Уравнения для горизонтального ветра записываются в векторной форме [8], что позволяет не вычислять явным образом метрические слагаемые, пропорциональные $\tan \varphi$, и таким образом избежать неустойчивости около полюсов:

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt} + 2\vec{\Omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \right)_{\text{H}} = -\nabla\Phi - R_d T_v \frac{\nabla p}{p} + \vec{F}_{\vec{V}}, \quad (1.1)$$

индекс H обозначает проекцию на поверхность сферы. Сила Кориолиса записана в адвективной форме (внутри d/dt) согласно [30] (см. также [38]). Выражение для давления $p(\eta) = A(\eta)p_0 + B(\eta)p_s$ используется, чтобы переписать слагаемое $\frac{\nabla p}{p}$ в форме $\frac{B(\eta)p_s}{A(\eta)p_0 + B(\eta)p_s} \nabla \ln p_s$.

Прогностические переменные, описывающие поле горизонтального ветра в модели ПЛАВ, – вертикальный компонент относительной завихренности ζ и горизонтальная дивергенция D . Компоненты вектора \vec{V} играют вспомогательную роль. Как показано в [27], при такой формулировке уравнений на неразнесенной по горизонтали сетке численная дисперсия инерционно-гравитационных волн аналогична случаю разнесенной сетки типа «С», численные характеристики распространения волн Россби при этом ближе к теоретическим, чем на сетке «С». Уравнение для ζ получается путем применения оператора $\vec{k} \cdot \nabla \times$ к уравнению горизонтального ветра (1.1):

$$\frac{d}{dt} (\zeta + f) = -(\zeta + f) D - J_\zeta + F_\zeta, \quad (1.2)$$

$$J_\zeta = \frac{B(\eta)p_s}{A(\eta)p_0 + B(\eta)p_s} \frac{R_d}{a^2 \cos \varphi} \left(\frac{\partial T_v}{\partial \lambda} \frac{\partial \ln p_s}{\partial \varphi} - \frac{\partial T_v}{\partial \varphi} \frac{\partial \ln p_s}{\partial \lambda} \right) + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \dot{\eta}}{\partial \lambda} \frac{\partial v}{\partial \eta} - \cos \varphi \frac{\partial \dot{\eta}}{\partial \varphi} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right), \quad (1.3)$$

это уравнение также называется уравнением абсолютного вихря, так как в него входит величина $\zeta + f$, являющаяся вертикальной компонентой абсолютной завихренности. Уравнение для дивергенции D выводится из дискретизированного по времени уравнения (1.1) в разделе 1.3. Стоит заметить, что в отличие от работы [14], где уравнения для вихря и дивергенции сформулированы в терминах истинных скаляров (ζ , D , Φ , $u^2 + v^2$, функция тока и потенциал скорости), мы используем компоненты векторов \vec{V} , $\nabla \Phi$.

Термодинамическое уравнение для виртуальной температуры T_v можно получить, расписав $\frac{dT_v}{dt} = \frac{R_{\text{moist}}}{R_d} \frac{dT}{dt} + \frac{T}{R_d} \frac{dR_{\text{moist}}}{dt}$ и подставив вместо $\frac{dT}{dt}$ правую часть уравнения термодинамики из [15]. Слагаемое $\frac{dR_{\text{moist}}}{dt}$ переписывается при этом с помощью уравнения переноса водяного пара и других агрегатных состояний воды (см. ниже):

$$\begin{aligned} & \frac{d(T_v + \gamma(\eta)\Phi_s)}{dt} - \\ & - \frac{R_{\text{moist}} T_v}{c_p} \left(\frac{p_s}{A(\eta)p_0 + B(\eta)p_s} \dot{s} + \frac{B(\eta)p_s}{A(\eta)p_0 + B(\eta)p_s} \frac{d_H \ln p_s}{dt} \right) = \\ & F_{T_v} + \gamma(\eta) \vec{V} \cdot \nabla \Phi_s + \dot{\eta} \frac{\partial \gamma(\eta)}{\partial \eta} \Phi_s, \quad (1.4) \end{aligned}$$

$$F_{T_v} = \frac{R_{\text{moist}}}{R_d} F_T + T \left[\left(\frac{R_v}{R_d} - 1 \right) F_q - \sum F_{q_i} \right], \quad (1.5)$$

где $\frac{d_H}{dt}$ – производная вдоль траектории (лагранжева производная) без учета вертикального смещения. Слагаемое, отвечающее за преобразование энергии $\frac{1}{p} \frac{dp}{dt}$, записано аналогично [23] с использованием $\ln p_s$ и аналога вертикальной скорости $\dot{s} = \frac{1}{p_s} \frac{\partial p}{\partial \eta} \dot{\eta}$. Слагаемое $\gamma(\eta) \Phi_s$ было предложено в [28] для подавления ложного орографического резонанса, кроме того, оно сглаживает поле температуры в горных регионах и таким образом повышает точность расчета адвекции температуры. Использование T_v и \dot{s} уменьшает нелинейность системы уравнений, так как именно эти величины входят в уравнения неразрывности и гидростатики, приведенные ниже.

Уравнение неразрывности записывается через $\ln p_s$ и \dot{s} подобно уравнению (5) из [23]:

$$\frac{\partial B}{\partial \eta} \frac{d_H}{dt} \left(\ln p_s + \frac{\Phi_s}{R_d T_{\text{const}}} \right) = - \frac{\frac{\partial A}{\partial \eta} p_0 + \frac{\partial B}{\partial \eta} p_s}{p_s} D - \frac{\partial \dot{s}}{\partial \eta} + \frac{\partial B}{\partial \eta} \vec{V} \cdot \nabla \left(\frac{\Phi_s}{R_d T_{\text{const}}} \right). \quad (1.6)$$

Слагаемое $\left(\frac{\Phi_s}{R_d T_{\text{const}}} \right)$ было предложено в [28] для подавления ложного орографического резонанса. Уравнение неразрывности может быть также записано в форме сохранения массы воздуха в произвольном лагранжевом объеме (объеме, перемещающемся вместе с воздухом) $\mathcal{V}(t)$ [20]:

$$\frac{1}{g} \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}(t)} \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \right) d\mathcal{V} = 0, \quad (1.7)$$

где $g^{-1} \partial p / \partial \eta$ – аналог плотности в η -системе координат. Эта форма уравнения неразрывности используется для полулагранжевой дискретизации, сохраняющей массу (раздел 1.2.2).

Уравнение гидростатики переписывается с помощью уравнения состояния идеального газа в виде:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} = -R_d T_v \frac{\partial \ln p}{\partial \eta}. \quad (1.8)$$

Уравнение переноса водяного пара и других фаз воды записываются в одинаковой форме:

$$\frac{dq}{dt} = F_q, \quad (1.9)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}(t)} \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \right) q d\mathcal{V} = \int_{\mathcal{V}(t)} \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \right) F_q d\mathcal{V}, \quad (1.10)$$

конечно-объемная форма (1.10) используется для вывода локально-консервативной дискретизации.

Граничные условия для сформулированной выше системы уравнений (1.1)–(1.10) – непротекание $\dot{\eta} = 0$ на верхней $\eta = \eta_{top}$ и нижней $\eta = 1$ границах. Также предполагается, что $B(\eta) = 1$, $A(\eta) = 0$ при $\eta = 1$, обычно $B(\eta) = 0$ выше некоторого уровня η_p , но модель может также работать и в частном случае σ -координат по вертикали $B(\eta) = \eta$, $A(\eta) = 0$.

1.2 Полулагранжева аппроксимация адвективных членов уравнений

1.2.1 Традиционная полулагранжева аппроксимация

Лагранжевы производные по времени в уравнениях раздела 1.1 аппроксимируются по времени как $d\psi/dt = (\psi^{n+1} - \psi_*^n)/\Delta t$, где верхний индекс обозначает слой по времени $t^n = n\Delta t$, индекс * обозначает, что величина ψ вычисляется в исходной точке траектории лагранжевой частицы (в момент t^n), ψ без индекса * соответствует значению в конечной точке траектории (в момент t^{n+1}). Полулагранжев подход заключается в том, что на каждом шаге по времени каждая точка фиксированной вычислительной сетки является конечной точкой траектории для некоторой лагранжевой частицы (см. рис. 1.3 а). Уравнение переноса (при отсутствии правой части) $d\psi/dt = 0$ дискретизируется по времени как $\psi^{n+1} = \psi_*^n$. Полулагранжева аппроксимация по времени устойчива при числах Куранта больше единицы, а значит, шаг по времени Δt может быть выбран из соображений точности, а не устойчивости. Это значительно повышает вычислительную эффективность. Стоит отметить определенное сходство полулагранжева метода с обратным методом характеристик [1].

Начальная точка траектории лагранжевой частицы с конечной точкой в некотором узле сетки может быть приблизительно найдена путем интегрирования кинематического уравнения $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}$ на один шаг по времени назад. Интеграл от кинематического уравнения аппроксимируется по схеме SETTLS [16]:

$$\frac{\vec{r}^{n+1} - \vec{r}_*^n}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left(\vec{V}^n + \vec{V}_*^{(n+1)e} \right), \quad (1.11)$$

где $\vec{V}^{(n+1)e} = 2\vec{V}^n - \vec{V}^{n-1}$. Уравнение (1.11) решается итеративным способом:

$$\vec{r}_{*m+1}^n = \vec{r}^{n+1} - \frac{\Delta t}{2} \left(\vec{V}^n + \vec{V}_{*m}^{(n+1)e} \right), \quad (1.12)$$

где индекс * m обозначает начальную точку траектории на m -й итерации. В итеративном процессе (1.12) используются дополнительные геометрические аппроксимации для учета сферической геометрии и приближения мелкой атмосферы [39], рассмотренные в разделе 1.7.2.

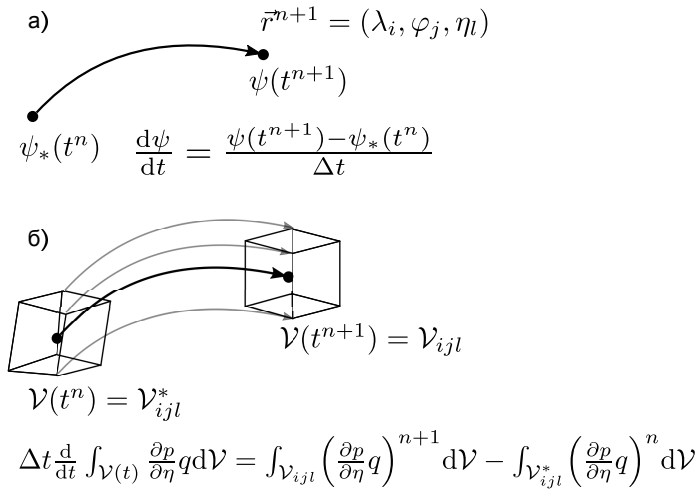


Рис. 1.3: Схематичное представление полулагранжевой дискретизации: а) стандартной; б) конечно-объемной.

Величины в начальных точках траекторий вычисляются с помощью интерполяции. Для вычисления адвективных слагаемых уравнений (слагаемых, возникших вследствие полулагранжевой дискретизации d/dt), используется трехмерная кубическая Эрмитова интерполяция. Для вычисления компонент горизонтального ветра \vec{V} и вертикальной скорости $\dot{\eta}$ в итеративном процессе (1.12), а также для неадвективных слагаемых уравнений используется трилинейная интерполяция. При интерполяции компонент векторных величин следует учесть изменение направления орт сферической координатной системы:

$$\frac{d\vec{\psi}}{dt} = \frac{1}{\Delta t} \left(\begin{pmatrix} \psi_\lambda \\ \psi_\varphi \end{pmatrix} - \mathfrak{R} \begin{pmatrix} \psi_{\lambda^*} \\ \psi_{\varphi^*} \end{pmatrix} \right), \quad (1.13)$$

где \mathfrak{R} – матрица поворота [39], подробно обсуждаемая в разделе 1.7.2.

1.2.2 Полулагранжева аппроксимация, сохраняющая массу

Недостаток полулагранжева подхода, как он сформулирован в разделе 1.2.1, – отсутствие локального и глобального сохранения массы переносимых величин. Для решения этой проблемы в модели ПЛАВ реализована конечно-объемная консервативная каскадная схема переноса CCS-3D [31]. Основное уравнение конечно-объемного полулагранжева подхода – уравнение (1.10), в котором конечный объем (определенный аналогично конечной точке траектории) $\mathcal{V}(t^{n+1})$ совпадает с некоторой ячейкой сетки \mathcal{V}_{ijl}

(см. рис. 1.3 б), l – индекс по вертикали:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \eta} q\right)_{\mathcal{V}_{ijl}}^{n+1} S_{ij} \Delta \eta_l = \int_{\mathcal{V}_{ijl}^*} \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} (q + F_q \Delta t)\right)^n d\mathcal{V}. \quad (1.14)$$

Обозначение $(\cdot)_{\mathcal{V}_{ijl}}$ указывает, что величина в скобках осреднена по ячейке \mathcal{V}_{ijl} , S_{ij} и $S_{ij} \Delta \eta_l$ – горизонтальная площадь и объем этой ячейки соответственно. В качестве прогностической переменной используется плотность переносимой величины $\frac{\partial p}{\partial \eta} q$, осредненная по ячейкам сетки.

Объем $\mathcal{V}(t^n) = \mathcal{V}_{ijl}^*$ (называемый исходным объемом, по аналогии с исходной точкой траектории) определяется через свои вершины – исходные точки траекторий лагранжевых частиц, прибывающих в вершины ячейки \mathcal{V}_{ijl} в момент t^{n+1} . Координаты вершин исходного объема определяются с помощью интерполяции известных координат центров исходных объемов. Координаты центров исходных объемов – исходные точки траекторий лагранжевых частиц, с конечными точками в узлах сетки, вычисляются путем решения уравнения (1.11).

Главной проблемой конечно-объемных полулагранжевых методов является вычисление интегралов по исходным объемам. Для точного и быстрого решения этой задачи нами была разработана трехмерная версия [31] двумерной консервативной каскадной схемы [25]. Следуя идеям, изложенным в [25], исходные объемы аппроксимируются многогранниками с гранями, параллельными координатным плоскостям. Выбор аппроксимирующих многогранников осуществляется таким образом, что 1) достигается геометрическая аппроксимация исходных объемов со вторым порядком точности; 2) вычислительная область заполняется без пропусков и наложений (что важно для сохранения массы); 3) трехмерные интегралы по аппроксимирующим многогранникам можно разбить на последовательное вычисление (каскад) трех одномерных интегралов. Разбиение трехмерного интегрирования на три одномерных существенно повышает скорость вычисления интегралов по исходным объемам.

Одномерные интегралы вычисляются с высоким порядком аппроксимации, для этого вводится кусочно-параболическое подсеточное распределение плотности переносимой величины [11]. В полученном таким образом локально-консервативном алгоритме [31] реализованы различные модификации кусочно-параболического подсеточного распределения, которые позволяют достичь монотонности концентрации переносимой величины при численном решении (т. е. при численном решении не образуются новые локальные максимумы/минимумы концентрации, а величина существующих не растет/не падает, если это не обусловлено правой частью уравнения F_q).

1.3 Дискретизация по времени

1.3.1 Стандартная полуявная дискретизация уравнений

Неадвективные члены прогностических уравнений (см. раздел 1.1) интегрируются по времени с помощью комбинации схемы Кранк-Николсон с децентрированием псевдо-второго порядка [39] для линейных слагаемых и схемы SETTLS [16] для нелинейных слагаемых. В случае уравнения общего вида относительно произвольной величины ψ

$$\frac{d\psi}{dt} = L\psi + N(\psi), \quad (1.15)$$

где L – линейный оператор, а N – нелинейный, дискретизация по времени записывается как

$$\frac{\psi^{n+1} - \psi_*^n}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left(N(\psi)_*^{(n+1)e} + N(\psi)^n \right) + \frac{1+\epsilon}{2} L\psi^{n+1} + \frac{1+\epsilon}{2} L\psi_*^n - \frac{\epsilon}{2} \left(L\psi_*^{(n+1)e} + L\psi^n \right), \quad (1.16)$$

$$(\cdot)^{(n+1)e} = 2(\cdot)^n - (\cdot)^{n-1}.$$

Полуявная дискретизация по времени была разработана А. Робером [5, 29] на основе методов расщепления Г.И. Марчука [2, 3]. Использование полуявной дискретизации позволяет существенно увеличить шаг по времени, при котором расчеты будут устойчивы, так как наиболее быстрые волны (инерционно-гравитационные, звуковые и другие), которые, как правило, описываются линейными слагаемыми уравнений, интегрируются неявно. Применение явной схемы для нелинейных слагаемых, которые описывают медленные волны (например, волны Россби), позволяет обойти необходимость решения нелинейной системы уравнений, которая возникает при использовании полностью неявного метода.

Уравнение абсолютного вихря (1.2) дискретизируется следующим образом:

$$\zeta^{n+1} + \frac{\Delta t}{2} f D^{n+1} = R_\zeta, \quad (1.17)$$

где R_ζ – функция известных величин со слоя по времени n и экстраполированных величин $(n+1)_e$ (точные формулы правых частей уравнений полуявной дискретизации по времени приведены в разделе 1.7.3), децентрирование не применяется к слагаемому fD .

Для выделения линейных членов в уравнениях (1.1), (1.4), (1.6) используется постоянная фоновая температура \bar{T} и фоновый профиль давления $\bar{p} = A(\eta)p_0 + B(\eta)\bar{p}_s$ (\bar{p}_s – константа). Сила градиента давления в уравнении

для горизонтального ветра (1.1) разделяется на линейную и нелинейную части следующим образом:

$$\nabla \left(\Phi_s - \int_1^\eta R_d T_v d \ln p \right) + \frac{B(\eta) p_s}{A(\eta) p_0 + B(\eta) p_s} R_d T_v \nabla \ln p_s = \underbrace{\left(\nabla G \right)}_{\text{линейная часть}} - \underbrace{\nabla \int_1^\eta R_d (T_v - \bar{T}) d \ln \frac{p}{\bar{p}} + \frac{B(\eta) p_s}{A(\eta) p_0 + B(\eta) p_s} R_d (T_v - \bar{T}) \nabla \ln p_s}_{\text{нелинейная часть}}, \quad (1.18)$$

$$G = \Phi_s - \int_1^\eta R_d (T_v - \bar{T}) d \ln \bar{p} + R_d \bar{T} \ln p_s, \quad (1.19)$$

при выводе использовано, что $\nabla \int_1^\eta R_d \bar{T} d \ln p = R_d \bar{T} [\nabla p(\eta)/p(\eta) - \nabla \ln p_s] = R_d \bar{T} [B(\eta) p_s / (A(\eta) p_0 + B(\eta) p_s) - 1] \nabla \ln p_s$. Аппроксимация интегралов по вертикали описана в разделе 1.4.5.

Дискретное по времени уравнение горизонтального ветра (1.1) записывается как:

$$\vec{V}^{n+1} = -\frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \nabla G^{n+1} + \vec{R}_{\vec{V}}. \quad (1.20)$$

Уравнение для горизонтальной дивергенции D получается путем применения операции $\nabla \cdot$ к дискретному по времени уравнению для горизонтального ветра (1.20):

$$D^{n+1} + \frac{(1+\epsilon)}{2} \Delta t \nabla^2 G^{n+1} = \nabla \cdot \vec{R}_{\vec{V}}. \quad (1.21)$$

Дивергенция правой части дискретизованного по времени уравнения горизонтального ветра $\nabla \cdot \vec{R}_{\vec{V}}$ вычисляется с помощью дискретного оператора, приведенного в разделе 1.4.2.

В уравнении термодинамики (1.4) в линейной части члена преобразования энергии используется полулагранжев подход для дискретизации лагранжевой производной $\ln p_s$, в нелинейной же части эта производная заменяется на правую часть уравнения неразрывности (1.6). Итоговое уравнение, дискретизированное по времени, записывается следующим образом:

$$T_v^{n+1} - \frac{R_d \bar{T}}{c_{pd}} \frac{\bar{p}_s}{A(\eta) p_0 + B(\eta) \bar{p}_s} \left(B(\eta) \ln p_s^{n+1} + \frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \dot{s}^{n+1} \right) = R_T. \quad (1.22)$$

Уравнение неразрывности (1.6) дискретизируется следующим образом:

$$\frac{\partial B}{\partial \eta} \ln p_s^{n+1} + \frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \frac{\frac{\partial A}{\partial \eta} p_0 + \frac{\partial B}{\partial \eta} \bar{p}_s}{\bar{p}_s} D^{n+1} + \frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \frac{\partial \dot{s}^{n+1}}{\partial \eta} = R_P. \quad (1.23)$$

Интегрирование уравнения (1.23) от верхней границы модельной атмосферы до поверхности дает выражение для $\ln p_s^{n+1}$, независимое от \dot{s}^{n+1} , а интегрирование до уровня η приводит к выражению для \dot{s}^{n+1} :

$$\begin{aligned} (1 - B(\eta_{top})) \ln p_s^{n+1} = \\ - \frac{1 + \epsilon}{2} \Delta t \int_{\eta=\eta_{top}}^{\eta=1} \left(\frac{(\partial A/\partial \eta)p_0 + (\partial B/\partial \eta)\bar{p}_s}{\bar{p}_s} D^{n+1} + R_P \right) d\eta, \end{aligned} \quad (1.24)$$

$$\begin{aligned} \frac{1 + \epsilon}{2} \Delta t \dot{s}^{n+1}(\eta) = - \left(B(\eta) - B(\eta_{top}) \right) \ln p_s^{n+1} - \\ - \frac{1 + \epsilon}{2} \Delta t \int_{\eta=\eta_{top}}^{\eta=\eta} \left(\frac{(\partial A/\partial \eta)p_0 + (\partial B/\partial \eta)\bar{p}_s}{\bar{p}_s} D^{n+1} + R_P \right) d\eta. \end{aligned} \quad (1.25)$$

Правая часть уравнения (1.24) может быть подставлена вместо $\ln p_s^{n+1}$ в уравнение (1.25), что даст выражение для \dot{s}^{n+1} , зависящее только от одной неизвестной величины D^{n+1} .

Уравнения (1.17), (1.21), (1.22), (1.24), (1.25) и определение линейной части геопотенциала G (1.19) составляют линейную систему уравнений для переменных $(\zeta, D, T_v, \ln p_s, \dot{s}, G)$ на шаге по времени $n + 1$. Данная система решается способом, описанным ниже. Уравнения (1.24), (1.25) подставляются в уравнение (1.22), чтобы получить выражение для T_v^{n+1} , которое зависит только от D^{n+1} . Это выражение и уравнение (1.24) используются для исключения T_v^{n+1} и $\ln p_s^{n+1}$ из определения линейной части силы градиента давления G^{n+1} (1.19). Таким образом, получается пара уравнений для неизвестных G^{n+1} и D^{n+1} , которая может быть записана как

$$\vec{G} + \frac{1 + \epsilon}{2} \Delta t \mathbf{M} \vec{D} = \vec{H}, \quad (1.26)$$

$$\vec{D} + \frac{1 + \epsilon}{2} \Delta t \nabla^2 \vec{G} = \vec{R}_D, \quad (1.27)$$

где \vec{G} , \vec{D} и \vec{R}_D – столбцы, состоящие из Nlev (количество модельных уровней по вертикали) компонент, с l -й компонентой, представляющей соответствующие горизонтальные поля на уровне l . $\vec{H} = \vec{\Phi}_s + R_d \mathbf{A} \vec{R}_T + \mathbf{M}' \vec{R}_P$, \mathbf{M} , \mathbf{M}' , \mathbf{A} – матрицы дискретных вертикальных операторов, получающихся в результате дискретизации по вертикали (см. разделы 1.4.5 и 1.7.4).

Подстановка \vec{D} из уравнения (1.27) в уравнение (1.26) и применение собственного разложения матрицы $\mathbf{M} = \mathbf{P} \mathbf{\Lambda} \mathbf{P}^{-1}$ приводит к Nlev двумерным задачам Гельмгольца относительно компонент столбца $\mathbf{P}^{-1} \vec{G}$. Применяемые алгоритмы решения задачи Гельмгольца описаны в разделах 1.5.2, 1.5.3. После вычисления \vec{G} дивергенция \vec{D} может быть вычислена по

формуле (1.26), далее дивергенция используется для нахождения $\ln p_s^{n+1}$, s^{n+1} , T_v^{n+1} и ζ^{n+1} (см. уравнения (1.24), (1.25), (1.22), (1.17)). Вычисления величин $(n + 1)$ -го шага по времени завершаются восстановлением горизонтального ветра \vec{V}^{n+1} по завихренности и дивергенции (по алгоритму из раздела 1.5.1 или 1.5.3) и вычислением вертикальной скорости $\dot{\eta}$ (см. раздел 1.4.5).

1.3.2 Полуявная дискретизация по времени с сохранением массы

В версии модели ПЛАВ, сохраняющей массу [32], используется уравнение неразрывности в конечно-объемной форме (1.7). Нелинейность этого уравнения – неявная, замаскирована в процедуре вычисления траекторий или, что то же самое, в эволюции лагранжева объема $\mathcal{V}(t)$. Уравнение линеаризуется с использованием фонового профиля давления, зависящего от орографии $p^{ref} = Ap_0 + Bp_s^{ref}$, где $p_s^{ref} = 1013.25\text{hPa} \times \exp(-\Phi_s/(R_d\bar{T}))$. Таким образом, получается уравнение:

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}(t)} \left(\frac{\partial p'}{\partial \eta} \right) d\mathcal{V} = - \int_{\mathcal{V}(t)} \left(\nabla \cdot \left(\frac{\partial p^{ref}}{\partial \eta} \vec{V} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\dot{\eta} \frac{\partial p^{ref}}{\partial \eta} \right) \right) d\mathcal{V}, \quad (1.28)$$

где $p' = p - p^{ref}$. Уравнение для p_s получается с помощью дискретизации уравнения (1.28) по схеме (1.16) и последующего интегрирования по вертикали от верхней границы модельной атмосферы до поверхности Земли:

$$\begin{aligned} & \left(1 - B(\eta_{top}) \right) S_{ij} \left(p_s^{n+1} - p_s^{ref} \right)_{S_{ij}} = \\ & = \sum_{l=1}^{l=Nlev} \left(-\frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \nabla \cdot \left(\frac{\partial p^{ref}}{\partial \eta} \vec{V}^{n+1} \right) + \frac{\epsilon}{2} \Delta t \nabla \cdot \left(\frac{\partial p^{ref}}{\partial \eta} \vec{V}^n \right) \right)_{\mathcal{V}_{ijl}} S_{ij} \Delta \eta_l + \\ & + \sum_{l=1}^{l=Nlev} \int_{\mathcal{V}_{ijl}^*} \left(\left(\frac{\partial p'}{\partial \eta} \right) - \frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \nabla \cdot \left(\frac{\partial p^{ref}}{\partial \eta} \vec{V}^n \right) + \frac{\epsilon}{2} \Delta t \nabla \cdot \left(\frac{\partial p^{ref}}{\partial \eta} \vec{V}^{(n+1)e} \right) \right) d\mathcal{V}, \end{aligned} \quad (1.29)$$

где $(p_s)_{S_{ij}}$ – приземное давление, осредненное по S_{ij} . Интегралы по исходным объемам вычисляются с помощью каскадной консервативной полулагранжевой схемы [31].

Использование фонового профиля давления, зависящего от орографии, необходимо для устойчивости схемы в горных регионах. Однако слагаемое $\nabla \cdot \left(\frac{\partial p^{ref}}{\partial \eta} \vec{V}^{n+1} \right)$ не может быть выражено через прогностические переменные модели, так как очень сложно решить систему уравнений, схожую с системой, сформулированной в разделе 1.3.1, но с конечно-объемным

уравнением (1.29) для p_s^{n+1} вместо уравнения (1.24). Данная проблема обходится следующим образом. Сначала вычисляются значения полей на шаге по времени $n + 1$, как описано в разделе 1.3.1, в частности получаются значения горизонтального ветра \vec{V}^{n+1} . Затем приземное давление p_s пересчитывается по конечно-объемной формуле (1.29).

Таким образом, мы достигаем сохранения массы атмосферы, внося при этом некоторую несогласованность между полями горизонтального ветра и приземного давления. Указанная несогласованность проявляется в виде небольшого шума в регионах с большими значениями градиента высоты подстилающей поверхности, что, однако, не влияет значительным образом на точность модели.

1.4 Дискретизация по пространству

1.4.1 Горизонтальная сетка на сфере

В модели ПЛАВ используется редуцированная широтно-долготная сетка с переменным разрешением по широте. Сетка состоит из узлов, расположенных на широтах $\varphi = \varphi_j$, $j \in [0, Nlat]$ с шагом по долготе $\Delta\lambda_j$, $(\lambda, \varphi)_{ij} = (i\Delta\lambda_j, \varphi_j)$. Количество точек на круге широты обычно уменьшается от экватора к полюсам. Предполагается, что точки полюсов также являются узлами сетки по широте. Регулярная широтно-долготная сетка – частный случай сетки, описанной выше, с постоянным шагом по широте и одинаковым количеством точек на всех сеточных широтах.

Формально модель работоспособна при любом распределении φ_j и $\Delta\lambda_j$. Однако их выбор оказывает огромное влияние на точность модели. Модельные сетки строятся по алгоритму [12]. Этот алгоритм подбирает распределение сеточных широт φ_j , которое удовлетворяет ограничениям на гладкость изменения шага сетки (с целью избежать проблемы ложного отражения волн в областях резкого изменения шага сетки) и наилучшим возможным образом соответствует заданной зависимости шага сетки от широты. Затем, при заданном распределении φ_j и известном общем количестве точек сетки, алгоритм выбирает $\Delta\lambda_j$ так, чтобы минимизировать ошибку интерполяции аналитически-заданной пробной функции.

1.4.2 Дискретизация операторов горизонтального градиента, дивергенции и вертикального компонента завихренности

Для вычисления оператора градиента применяется следующая конечно-разностная формула четвертого порядка:

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_{i+1/2} = \frac{\psi_{i-1} - 27\psi_i + 27\psi_{i+1} - \psi_{i+2}}{24\Delta x} + O(\Delta x^4), \quad (1.30)$$

где x – одна из горизонтальных координат (φ либо λ); ψ – произвольная скалярная величина или компонента вектора. Так как используется неразнесенная сетка, значения производной должны быть определены в тех же самых точках, где определена сама функция. Значения производной в «полуцелых» узлах сетки $\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_{i+1/2}$ интерполируются в «целые» узлы с помощью лагранжевой интерполяции четвертого порядка точности.

Лагранжева интерполяция четвертого порядка точности применяется для получения значения векторных компонент в «полуцелых» узлах сетки при вычислении завихренности и дивергенции. Затем производная по широте вычисляется по локально-консервативной формуле второго порядка:

$$\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \psi \cos \varphi}{\partial \varphi} = \frac{\psi_{j+1/2} \cos \varphi_{j+1/2} - \psi_{j-1/2} \cos \varphi_{j-1/2}}{a(\sin \varphi_{j+1/2} - \sin \varphi_{j-1/2})} + O(\Delta \varphi^2), \quad (1.31)$$

производные по долготе вычисляются с помощью формулы (1.30), как и в операторе градиента.

В случае переменного разрешения по широте для вычисления меридиональных производных, согласно [42], вводится псевдо-широта φ' такая, что точки сетки равномерно распределены в координате φ' . Затем производная по широте вычисляется как $\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = \frac{\partial \psi}{\partial \varphi'} \frac{\partial \varphi'}{\partial \varphi}$. Производная $\frac{\partial \psi}{\partial \varphi'}$ и обратный коэффициент растяжения $\mathcal{M} = \frac{\partial \varphi'}{\partial \varphi}$ вычисляются по формуле (1.30).

Производные по долготе вычисляются в сеточном пространстве, а для вычисления производных по широте на редуцированной сетке используется представление Фурье по долготе:

$$\psi(\varphi_j, \lambda) = \hat{A}_0(\varphi_j)/2 + \sum_k (\hat{A}_k(\varphi_j) \cos(k\lambda) + \hat{B}_k(\varphi_j) \sin(k\lambda)). \quad (1.32)$$

Задача сводится к вычислению производных по широте от коэффициентов \hat{A}_k , \hat{B}_k и обратному преобразованию Фурье. Если N_j – количество точек на сеточной широте φ_j , то волновые числа $k > N_j/2$ не могут быть представлены на этой широте; таким образом, естественно положить \hat{A}_k , \hat{B}_k и их производные равными нулю.

Преобразование Фурье требует глобальных пересылок данных при массивно-параллельной реализации, что может отрицательно сказываться на параллельной эффективности. Был разработан алгоритм вычисления производных по широте на редуцированной широтно-долготной сетке в сеточном пространстве. В случае, когда узлы сетки на соседних широтах не лежат на одной долготе, значения ψ интерполируются на нужную долготу, затем применяется формула (1.30). Схожий подход применяется в [17]. Данный алгоритм был испытан на идеализированной тестовой задаче и не привел к сколько-нибудь значительным изменениям решения относительно стандартной версии модели.

При вычислении производных по широте около полюсов по формуле (1.30) необходимы значения ψ на «виртуальных» сеточных широтах $\varphi_{-1} = -\pi/2 - (\varphi_1 + \pi/2)$ и $\varphi_{\text{Nlat}+1} = \pi/2 + (\pi/2 - \varphi_{\text{Nlat}-1})$. Если продолжить линию меридиана на долготе λ за полюс, она совпадет с меридианом на долготе $\lambda + \pi$. Следовательно, $\psi(\varphi_{-1}, \lambda) = (-1)^\nu \psi(\varphi_1, \lambda + \pi)$, где $\nu = 0$ в случае скалярных величин и 1 для компонент векторов (что объясняется сменой ориентации базисных векторов при сдвиге по фазе на угол π). Легко показать, что $\hat{A}_k(\varphi_{-1}) = (-1)^{k+\nu} \hat{A}_k(\varphi_1)$, и аналогичные соотношения имеют место для $\hat{B}_k(\varphi_{-1})$, $\hat{A}_k(\varphi_{\text{Nlat}+1})$, $\hat{B}_k(\varphi_{\text{Nlat}+1})$.

Для вычисления завихренности и дивергенции на полюсах используется факт равенства нулю всех коэффициентов Фурье скалярной величины, кроме \hat{A}_0 (вытекающий из соображений однозначной определенности величины). Значение коэффициента \hat{A}_0 на полюсе получается по известным коэффициентам \hat{A}_0 на прилежащих широтах с помощью лагранжевой интерполяции четвертого порядка точности. Аналогично, векторные компоненты могут иметь только первые \hat{A}_1 , \hat{B}_1 ненулевые Фурье-коэффициенты на полюсах (что соответствует однозначно определенной векторной величине и базисным векторам, зависящим от долготы). Фурье-коэффициенты компонент градиента интерполируются в точку полюса.

В версии модели ПЛАВ, сохраняющей массу [32], используется оператор дивергенции потока $\nabla \cdot (\psi \vec{V})$, где ψ – некоторая скалярная величина. Для сохранения массы требуется, чтобы сумма по всей сфере

$$\sum_{i,j} \nabla \cdot (\psi \vec{V})_{ij} S_{ij} = 0$$

с точностью машинной арифметики. Данный оператор дискретизируется в потоковой форме с четвертым порядком точности [40]. В версии модели ПЛАВ, сохраняющей массу, данный оператор также используется для вычисления горизонтальной дивергенции скорости ветра (при $\psi = 1$).

1.4.3 Аппроксимация горизонтального оператора Лапласа

Оператор Лапласа

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{a^2 \cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \lambda^2} + \frac{1}{a^2 \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\cos \varphi \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right) \quad (1.33)$$

возникает в неявной части дискретизированного по времени уравнения дивергенции ($\nabla^2 \tilde{G}^{n+1}$ в (1.21)). В явной части уравнения (1.21) оператор Лапласа присутствует как произведение дискретных операторов дивергенции и градиента (см. раздел 1.3). Кроме того, оператор Лапласа нужен в уравнениях для функции тока и потенциала поля скорости, использующихся в масштабируемом многосеточном алгоритме восстановления поля

горизонтального ветра по вертикальной компоненте относительной завихренности и горизонтальной дивергенции (раздел 1.5.3).

Для нахождения D^{n+1} из системы уравнений (1.26), (1.27) требуется решение задачи Гельмгольца, т. е. численное обращение оператора, включающего оператор Лапласа. В случае, когда задача Гельмгольца решается прямым методом (см. раздел 1.5.2), оператор Лапласа дискретизируется в пространстве коэффициентов Фурье по долготе. Долготная часть оператора представляет собой Фурье-образ операции двойного дифференцирования по долготе с применением формулы (1.30):

$$\frac{1}{a^2 \cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \exp(ik\lambda)}{\partial \lambda^2} = -\tilde{k}^2 \exp(ik\lambda) = -\left(\frac{261 \sin(k\Delta\lambda) + \sin(3k\Delta\lambda) - 36 \sin(2k\Delta\lambda)}{192a \cos \varphi \Delta\lambda} \right)^2 \exp(ik\lambda). \quad (1.34)$$

Широтная часть Лапласиана аппроксимируется посредством последовательного применения (два раза) компактной формулы для первой производной:

$$\frac{1}{24} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right)_{i-1} + \frac{11}{12} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right)_i + \frac{1}{24} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right)_{i+1} = \frac{\psi_{i+1/2} - \psi_{i-1/2}}{\Delta \varphi} + O(\Delta \varphi^4). \quad (1.35)$$

Более подробно компактная конечно-разностная аппроксимация оператора ∇^2 освещена в разделе 1.5.2.

Компактные конечно-разностные формулы широко использовались в предыдущих версиях модели ПЛАВ из-за меньших ошибок аппроксимации. Однако вычисление производных по компактным формулам требует обращения матриц и, следовательно, уменьшает эффективность параллельной реализации. В текущей версии модели ПЛАВ компактные формулы заменены обычными конечно-разностными формулами (см. уравнение 1.30) везде, кроме прямых алгоритмов численного решения уравнений Гельмгольца и восстановления скорости ветра по завихренности и дивергенции. Использование компактных формул в этих блоках не приводит к проблемам параллельной эффективности, так как эти блоки в любом случае требуют обращения матриц, а использование преобразования Фурье позволяет свести соответствующую двумерную задачу к набору одномерных задач по широте для каждой Фурье-гармоники (см. разделы 1.5.1, 1.5.2).

При использовании многосеточного метода для численного решения уравнения Гельмгольца (или уравнения Пуассона относительно функции тока и потенциала поля скорости) вычисления проводятся в сеточном пространстве без использования представления Фурье по долготе. Таким образом, применение компактных конечно-разностных аппроксимаций пред-

ставляется очень трудным, если возможным. Используется конечно-объемная дискретизация оператора Лапласа [7].

Проинтегрируем лапласиан произвольной функции ψ по ячейке расчетной сетки $S_{ij} = [\lambda_{i-\frac{1}{2}}, \lambda_{i+\frac{1}{2}}] \times [\varphi_{j-\frac{1}{2}}, \varphi_{j+\frac{1}{2}}]$ (полярные ячейки задаются как $S_0 = [0, 2\pi] \times [-\pi/2, \varphi_{\frac{1}{2}}]$, $S_{\text{Nlat}} = [0, 2\pi] \times [\varphi_{\text{Nlat}-\frac{1}{2}}, \pi/2]$) и воспользуемся теоремой Остроградского – Гаусса:

$$\int_{\Omega_{i,j}} \Delta\psi = H_{i+\frac{1}{2}}^\lambda - H_{i-\frac{1}{2}}^\lambda + H_{j+\frac{1}{2}}^\varphi - H_{j-\frac{1}{2}}^\varphi, \quad (1.36)$$

$$H_{i\pm\frac{1}{2},j}^\lambda = \int_{\Gamma_{i\pm\frac{1}{2},j}} \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial\psi}{\partial\lambda}, H_{i,j\pm\frac{1}{2}}^\varphi = \int_{\Gamma_{i,j\pm\frac{1}{2}}} \frac{\cos \varphi}{a} \frac{\partial\psi}{\partial\varphi}, \quad (1.37)$$

$$\Gamma_{i\pm\frac{1}{2},j} = \left(\lambda_{i\pm\frac{1}{2}} \times [\varphi_{j-\frac{1}{2}}, \varphi_{j+\frac{1}{2}}] \right), \Gamma_{i,j\pm\frac{1}{2}} = \left([\lambda_{i-\frac{1}{2}}, \lambda_{i+\frac{1}{2}}] \times \varphi_{j\pm\frac{1}{2}} \right). \quad (1.38)$$

В результате аппроксимации интегралов в уравнениях (1.36) – (1.37) для внеполюсных точек получаем:

$$\begin{aligned} (\Delta\psi)_{i,j} \approx & \frac{1}{a^2(\sin \varphi_{j+\frac{1}{2}} - \sin \varphi_{j-\frac{1}{2}})\Delta\lambda} \left[\frac{\varphi_{j+1} - \varphi_{j-1}}{2} \left(\left(\frac{\partial\psi}{\partial\lambda} \right)_{i+\frac{1}{2},j} - \left(\frac{\partial\psi}{\partial\lambda} \right)_{i-\frac{1}{2},j} \right) + \right. \\ & \left. + \left(\left(\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} \right)_{i,j+\frac{1}{2}} \Delta\lambda \cos \varphi_{j+\frac{1}{2}} - \left(\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} \right)_{i,j-\frac{1}{2}} \Delta\lambda \cos \varphi_{j-\frac{1}{2}} \right) \right]. \quad (1.39) \end{aligned}$$

Для полюсных точек:

$$(\Delta\psi)_{N_\varphi} \approx \frac{1}{2\pi a^2(1 - \sin \varphi_{N_\varphi-\frac{1}{2}})} \sum_{i=1}^{N_\lambda} \left(\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} \right)_{i,N_\varphi-1/2} \Delta\lambda \cos \varphi_{N_\varphi-\frac{1}{2}}, \quad (1.40)$$

$$(\Delta\psi)_0 \approx \frac{1}{2\pi a^2(1 + \sin \varphi_{N_0+\frac{1}{2}})} \sum_{i=1}^{N_\lambda} \left(\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} \right)_{i,1/2} \Delta\lambda \cos \varphi_{\frac{1}{2}}. \quad (1.41)$$

Для аппроксимации производных функций в полуцелых узлах в уравнениях (1.39) – (1.41) используются следующие формулы второго и четвертого (в случае равномерной сетки) порядка точности:

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} \right)_{i+1/2} = \frac{\psi_{i+1} - \psi_i}{\Delta x}, \quad (1.42)$$

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} \right)_{i+1/2} = \frac{27(\psi_{i+1} - \psi_i) - (\psi_{i+2} - \psi_{i-1})}{24\Delta x}. \quad (1.43)$$

1.4.4 Аппроксимация нелинейных слагаемых уравнений

Вычисление нелинейных слагаемых может стать причиной нелинейной неустойчивости, когда систематически завышается вклад взаимодействия самых коротких волн в амплитуду самых длинных волн. Для подавления этого типа неустойчивости мы используем осреднение по пространству. Формулы вычисления нелинейных слагаемых, приведенные ниже, не имеют строгого теоретического обоснования, а скорее являются результатом опыта работы с моделью ПЛАВ. Первый тип нелинейных слагаемых – произведение двух скалярных величин, а именно ζD , в уравнении абсолютного вихря (1.2):

$$(\zeta D)_{i,j} = \frac{1}{16} \sum_{m=\pm 1} \left[\left(\zeta_{i,j} + \zeta_{i+m,j} \right) \left(D_{i,j} + D_{i+m,j} \right) + \left(\zeta_{i,j} + \zeta_{i,j+m} \right) \left(D_{i,j} + D_{i,j+m} \right) \right]. \quad (1.44)$$

Данная формула приводит к меньшим ошибкам среднесрочного прогноза погоды, чем формула с большим весом центрального слагаемого $\zeta_{i,j} D_{i,j}$.

Перед вычислением нелинейных членов, включающих первые производные по горизонтали (компоненты $\nabla \ln p_s$, $\partial \dot{\eta} / \partial x$, $\partial T_v / \partial x$), производится осреднение в направлении, перпендикулярном к направлению дифференцирования, например, $\partial T_v / \partial \lambda$ осредняется по широте. Формула осреднения:

$$\overline{\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)}_j = \frac{1}{2+c} \left(\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_{j-1} + c \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_j + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_{j+1} \right), \quad (1.45)$$

где j – индекс в направлении, перпендикулярном x . Константа $c = 3$ для производных T_v и $\dot{\eta}$, $c = 4$ для компонент $\nabla \ln p_s$. Компоненты горизонтального ветра и температура осредняются по горизонтали для вычисления J_ζ (1.3) и слагаемых, включающих T_v , в уравнении для ветра (1.1) и уравнении термодинамики (1.4):

$$\begin{aligned} \overline{u}_{i,j} &= \frac{1}{12} \left(8u_{i,j} + \sum_{m=\pm 1} (u_{i+m,j+m} + u_{i+m,j-m}) \right), \\ \overline{T_{v i,j}} &= \frac{1}{12} \left(8T_{v i,j} + \sum_{m=\pm 1} (T_{v i+m,j} + T_{v i,j+m}) \right). \end{aligned} \quad (1.46)$$

Уравнения (1.44) – (1.46) справедливы для случая постоянного разрешения по широте. В случае переменного разрешения мы используем соотношение $\int \psi d\varphi = \int \psi M d\varphi'$ и умножаем слагаемые типа

$$(\zeta_{i,j} + \zeta_{i,j\pm 1})(D_{i,j} + D_{i,j\pm 1})$$

в уравнении (1.44) и $\psi_{i,j\pm 1}$ в уравнениях (1.45) – (1.46) на

$$2\mathcal{M}_{j\pm 1/2}/(\mathcal{M}_{j+1/2} + \mathcal{M}_{j-1/2}).$$

Осреднение не применяется при вычислении слагаемых, в которые входят коэффициенты гибридной координаты по вертикали A , B и их производные. Также осреднение не используется при вычислении множителя R_{moist}/c_p в уравнении термодинамики (1.4) и членов уравнения гидростатики (1.8).

1.4.5 Дискретизация по вертикали

В модели ПЛАВ используется разнесенная сетка Лоренца по вертикали [22], в которой все переменные, кроме вертикальной скорости $\dot{\eta}$, расположены на «целых» уровнях η_l (центры ячеек), а $\dot{\eta}$ расположена на «полуцелых» уровнях $\eta_{l+1/2}$ (границы между ячейками). Целые уровни сетки заданы как $\eta_l = (\eta_{l+1/2} + \eta_{l-1/2})/2$, $\eta_{1/2}$ соответствует верхней границе модельной атмосферы, $\eta_{\text{Nlev}+1/2}$ – поверхности Земли. Аналогично η , коэффициенты гибридной координаты $A_l = (A_{l+1/2} + A_{l-1/2})/2$, то же самое верно для B_l , $\Delta\eta_l = \eta_{l+1/2} - \eta_{l-1/2}$, то же самое подразумевается для ΔA_l , ΔB_l и других переменных. Вертикальные производные аппроксимируются со вторым порядком точности $(\frac{\partial\psi}{\partial\eta})_l = \frac{\Delta\psi_l}{\Delta\eta_l} + O(\Delta\eta_l^2)$.

Практически во всех гидростатических моделях используется дискретизация по вертикали [33], в которой геопотенциал вычисляется на «полуцелых» уровнях $\eta_{l+1/2}$ посредством интегрирования уравнения гидростатики (1.8) по правилу средней точки, а затем интерполируется на «целые» уровни. Мы пришли к выводу, что правило трапеций, которое позволяет получить геопотенциал сразу в «целых» узлах, точнее правила средней точки. Уравнение гидростатики (1.8) интегрируется следующим образом:

$$\Phi_{\text{Nlev}} = \Phi_s + R_d T_{v\text{Nlev}} \ln \frac{p_s}{p_{\text{Nlev}}}, \quad (1.47)$$

$$\Phi_{l-1} = \Phi_l + \frac{R_d}{2} (T_{vl} + T_{vl-1}) \ln \frac{p_l}{p_{l-1}}. \quad (1.48)$$

Интегралы по вертикали в дискретном по времени уравнении неразрывности (1.23), а также в уравнениях (1.24), (1.25) вычисляются по правилу средней точки. В конце каждого шага по времени вертикальная скорость перевычисляется с помощью диагностического выражения, выведенного из эйлеровой формы уравнения неразрывности (1.6):

$$\frac{\partial B}{\partial \eta} \frac{\partial p_s}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \vec{V} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \dot{\eta} \right). \quad (1.49)$$

Интегрирование уравнения (1.49) от $\eta_{1/2}$ до $\eta_{L+1/2}$ по правилу средней точки и использование граничных условий приводит к выражению:

$$\left(B_{L+1/2} - B_{1/2} \right) \frac{\partial p_s}{\partial t} = - \sum_{l=1}^{l=L} \left(A_l p_0 D_l + B_l \nabla \cdot (p_s \vec{V})_l \right) \Delta \eta_l - \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \dot{\eta} \right)_{L+1/2}. \quad (1.50)$$

Выражение для $\frac{\partial p_s}{\partial t}$ может быть получено при $L = N_{lev}$ в выражении (1.50) и использовании $\dot{\eta}_{N_{lev}+1/2} = 0$. После подстановки полученного выражения в (1.50) для произвольного L получается выражение для $(\partial p / \partial \eta \cdot \dot{\eta})_{L+1/2}$. Слагаемое $\nabla \cdot (p_s \vec{V})$ вычисляется с помощью стандартного оператора дивергенции (см. раздел 1.4.2), осреднение второго порядка по широте (долготе) применяется к p_s перед вычислением потока $p_s u$ ($p_s v$). Вертикальная скорость $\dot{\eta}$ для вычисления обратных траекторий (см. раздел 1.2) и членов уравнения (1.2). Величина $(\partial p / \partial \eta \cdot \dot{\eta})$ получается путем линейной интерполяции на «целые» уровни и последующего деления на $(p_0 \Delta A_l + p_s \Delta B_l) / \Delta \eta_l$ (дискретный аналог $\partial p / \partial \eta$).

1.5 Методы решения эллиптических задач

1.5.1 Восстановление горизонтальной скорости на основе прямого метода

Для восстановления компонент скорости горизонтального ветра по известной вертикальной компоненте относительной завихренности и горизонтальной дивергенции обращаются определения $\zeta = \vec{k} \cdot \nabla \times \vec{V}$ и $D = \nabla \cdot \vec{V}$. Для облегчения вычислений используется Фурье-представление по долготе (1.32). Выражения для нулевых Фурье-коэффициентов u и v записываются следующим образом:

$$\frac{\partial \hat{A}_0^u \cos \varphi}{\partial \varphi} = \hat{A}_0^\zeta a \cos \varphi, \quad (1.51)$$

$$\frac{\partial \hat{A}_0^v \cos \varphi}{\partial \varphi} = \hat{A}_0^D a \cos \varphi. \quad (1.52)$$

Эти выражения интегрируются по широте с использованием компактной формулы [21]:

$$\frac{1}{24} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right)_{j-1} + \frac{11}{12} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right)_j + \frac{1}{24} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right)_{j+1} = \frac{\psi_{j+1/2} - \psi_{j-1/2}}{\Delta \varphi} + O(\Delta \varphi^4), \quad (1.53)$$

где $\hat{A}_0^\zeta \cos \varphi$ ($\hat{A}_0^D \cos \varphi$) в левой части соответствует $\partial \psi / \partial \varphi$, а ψ в правой части — $\hat{A}_0^u \cos \varphi$ ($\hat{A}_0^v \cos \varphi$). Полученные Фурье-коэффициенты компонент

горизонтального ветра в «получелых» узлах интерполируются в «целые» узлы с использованием компактной интерполяции шестого порядка [21].

Система уравнений для k -х Фурье-коэффициентов компонент горизонтального ветра:

$$\begin{cases} -k\hat{A}_k^v - \frac{\partial \hat{B}_k^u \cos \varphi}{\partial \varphi} = \hat{B}_k^\zeta a \cos \varphi, \\ k\hat{B}_k^u + \frac{\partial \hat{A}_k^v \cos \varphi}{\partial \varphi} = \hat{A}_k^D a \cos \varphi, \end{cases} \quad (1.54)$$

$$\begin{cases} -k\hat{A}_k^u + \frac{\partial \hat{B}_k^v \cos \varphi}{\partial \varphi} = \hat{B}_k^D a \cos \varphi, \\ k\hat{B}_k^v - \frac{\partial \hat{A}_k^u \cos \varphi}{\partial \varphi} = \hat{A}_k^\zeta a \cos \varphi, \end{cases} \quad (1.55)$$

где $\partial\psi/\partial\varphi$ аппроксимируется по схеме Нумерова:

$$\frac{1}{6}\left(\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right)_{j-1} + \frac{2}{3}\left(\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right)_j + \frac{1}{6}\left(\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right)_{j+1} = \frac{\psi_{j+1} - \psi_{j-1}}{2\Delta\varphi} + O(\Delta\varphi^4). \quad (1.56)$$

Если $\vec{\hat{A}}_k^\psi, \vec{\hat{B}}_k^\psi$ – столбцы из $N\text{lat} + 1$ компонент с j -й компонентой, представляющей $\hat{A}_k^\psi, \hat{B}_k^\psi$ на j -й сеточной широте, то систему (1.54) можно записать в виде:

$$\begin{cases} -k\vec{\hat{A}}_k^v - \frac{1}{2\Delta\varphi}\mathbf{M}^{-1}\delta\mathbf{C}\vec{\hat{B}}_k^u = a\mathbf{C}\vec{\hat{B}}_k^\zeta, \\ k\vec{\hat{B}}_k^u + \frac{1}{2\Delta\varphi}\mathbf{M}^{-1}\delta\mathbf{C}\vec{\hat{A}}_k^v = a\mathbf{C}\vec{\hat{A}}_k^D, \end{cases} \quad (1.57)$$

где \mathbf{C} – диагональная матрица с $\mathbf{C}_{jj} = \cos \varphi_j$; j -я компонента столбца $\delta\vec{\hat{A}} - \hat{A}_{j+1} - \hat{A}_{j-1}$; \mathbf{M} – матрица с диагоналями $(1/6, 2/3, 1/6)$. Система уравнений (1.57) умножается на матрицу \mathbf{M} слева и переписывается для двухкомпонентных векторов $(\hat{A}_k^v, \hat{B}_k^u)_j^T, j \in [0, N\text{lat}]$, что приводит к блочно-трехдиагональной системе уравнений с блоками размера 2×2 . Те же операции, повторенные для системы (1.55), приводят к аналогичной системе уравнений для векторов $(\hat{A}_k^u, \hat{B}_k^v)_j^T$. Блочно-трехдиагональные системы решаются с помощью алгоритма векторной прогонки.

Данный алгоритм восстановления скоростей подробно описан в [40]. Использование этого алгоритма позволяет избежать решения задач Пуассона на сфере, что требует определенной осторожности из-за нетривиального ядра оператора Лапласа.

1.5.2 Решение задачи Гельмгольца прямым методом

Дискретную задачу Гельмгольца для ψ – k -й Фурье-гармоники можно записать с использованием матрично-векторных обозначений из раздела 1.5.1 как $\mathbf{L}\vec{\psi} + \mu^2\vec{\psi} = \vec{R}$, где \mathbf{L} – дискретный оператор Лапласа; μ^2 – положительная скалярная величина; \vec{R} – известная правая часть. Широтная часть оператора ∇^2 аппроксимируется посредством двойного применения

компактной конечно-разностной формулы для первой производной (1.35), формула (1.34) используется для аппроксимации долготной части. Итоговая дискретизация уравнения Гельмгольца четвертого порядка точности может быть записана как

$$\frac{1}{a^2} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{M}^{-1} \delta_{1/2} (\mathbf{C}_{1/2} \mathbf{M}_{1/2}^{-1} \delta \vec{\psi}) + \left(\mu^2 - \frac{1}{a^2} \mathbf{C}^{-2} \tilde{k}^2 \right) \vec{\psi} = \vec{R}, \quad (1.58)$$

где оператор $\delta_{1/2}$ действует на величины, определенные в «полуцелых» узлах сетки, j -я компонента $\delta_{1/2} \vec{\psi} = \vec{\psi}_{j+1/2} - \vec{\psi}_{j-1/2}$; δ действует на величины, определенные в «целых» узлах, j -я компонента $\delta \vec{\psi} = \vec{\psi}_{j+1} - \vec{\psi}_j$; \mathbf{M} и $\mathbf{M}_{1/2}$ – трехдиагональные матрицы с диагоналями $(1/24, 11/12, 1/24)$, действующие на величины, определенные в «целых» и «полуцелых» узлах сетки соответственно. Матрица \mathbf{C} – такая же, как в уравнении (1.57), матрица $\mathbf{C}_{1/2}$ – диагональная с j -м диагональным элементом, равным $\cos \varphi_{j+1/2}$.

Согласно [41], уравнение (1.58) умножается на \mathbf{MC} слева и переформулируется с использованием вспомогательной переменной $\vec{z} = \mathbf{M}_{1/2}^{-1} \delta \vec{\psi}$:

$$\frac{1}{a^2} \delta_{1/2} (\mathbf{C}_{1/2} \vec{z}) + \mathbf{M} \left(\mathbf{C} \mu^2 - \frac{1}{a^2} \mathbf{C}^{-1} \tilde{k}^2 \right) \vec{\psi} = \mathbf{MC} \vec{R}, \quad (1.59)$$

$$\mathbf{M}_{1/2} \vec{z} = \delta \vec{\psi}. \quad (1.60)$$

Затем эти уравнения переписываются для пар $(\psi_j, z_{j+1/2})^T$, $j = [0, \text{Nlat}]$, что приводит к блочно-трехдиагональной системе уравнений, как в разделе 1.5.1.

1.5.3 Многосеточный алгоритм решения уравнений

Прямые алгоритмы решения задачи восстановления горизонтального поля скорости и уравнения Гельмгольца, описанные в разделах 1.5.1, 1.5.2, используют представление Фурье по долготе. Прямое и обратное преобразование Фурье, применяемое до и после запуска этих алгоритмов, позволяет использовать только одномерную декомпозицию расчетной области по широте (каждый узел вычислительной системы производит вычисления в своей полосе сеточных широт). В то же время для вычислений, производимых самими алгоритмами, необходимо использовать одномерную декомпозицию по коэффициентам Фурье (каждый узел производит вычисления в своей полосе коэффициентов Фурье от полюса до полюса). Фактически одномерные декомпозиции расчетной области, необходимые для работы преобразования Фурье и прямых алгоритмов решения эллиптических задач, ортогональны друг другу.

Невозможность использования двумерной декомпозиции расчетной области (по широте и долготе) и необходимость процедуры перехода между

двумя разными одномерными декомпозициями ограничивают масштабируемость модели при использовании прямых алгоритмов решения эллиптических задач несколькими тысячами процессорных ядер, что недостаточно для практических вычислений с горизонтальным разрешением менее 10–15 км. В связи с этим в модели ПЛАВ реализован метод решения эллиптических уравнений в сеточном пространстве без применения преобразования Фурье, основанный на использовании геометрического многосеточного алгоритма решения систем линейных алгебраических уравнений [9, 43]. В настоящее время многосеточный алгоритм реализован только для случая регулярной широтно-долготной сетки с постоянным разрешением по долготе.

Прямое обращение конечно-разностных операторов вертикальной компоненты завихренности и горизонтальной дивергенции (аналогично алгоритму из раздела 1.5.1) с помощью многосеточного метода невозможно. В задаче восстановления поля горизонтального ветра используется альтернативная формулировка:

$$\begin{cases} \nabla^2 \chi = D, \\ \nabla^2 \Psi = \zeta, \end{cases} \quad (1.61)$$

где χ – потенциал поля скорости ветра; Ψ – функция тока. Компоненты горизонтального ветра u , v связаны с функцией тока и потенциалом поля скорости соотношениями:

$$\begin{aligned} u &= -\frac{1}{a} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} + \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \chi}{\partial \lambda}, \\ v &= \frac{1}{a} \frac{\partial \chi}{\partial \varphi} + \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda}. \end{aligned} \quad (1.62)$$

Оператор Лапласа в уравнениях Гельмгольца и Пуассона (1.61) дискретизируется по формулам (1.39) – (1.41). Также для алгоритма восстановления скоростей используются формулы центральных и направленных разностей аппроксимации оператора дифференцирования в целых узлах в выражении (1.62):

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_i = \frac{\psi_{i+1} - \psi_{i-1}}{2h}, \quad (1.63)$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_i = \frac{8(\psi_{i+1} - \psi_{i-1}) - (\psi_{i+2} - \psi_{i-2})}{12h}, \quad (1.64)$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_i = \frac{3\psi_i - 4\psi_{i-1} + \psi_{i-2}}{2h}, \quad (1.65)$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_i = \frac{11\psi_i - 18\psi_{i-1} + 9\psi_{i-2} - 2\psi_{i-3}}{6h}. \quad (1.66)$$

Для описания принципа работы многосеточного метода рассмотрим сначала так называемый двухсеточный метод. Предположим, что с помощью некоторого итерационного метода удалось получить приближенное решение \tilde{x} системы уравнений $\mathbf{A}x = b$, ошибка которого $\xi = x - \tilde{x}$ является достаточно гладкой функцией и может быть воспроизведена на более грубой расчетной сетке. В таком случае для решения уравнения $\mathbf{A}\xi = b - \mathbf{A}\tilde{x} \equiv r$ можно использовать меньшее количество расчетных узлов, тем самым уменьшив количество необходимых арифметических операций. Для этого требуется определить оператор перехода на более грубую сетку – оператор сгрубления \mathbf{R} и оператор перехода с грубой на точную сетку – оператор продолжения \mathbf{P} . Тогда, предполагая, что ошибка приближенного решения является результатом действия оператора \mathbf{P} на некоторое поле на грубой сетке $\xi = \mathbf{P}\xi_c$, можем перейти к решению уравнения $\mathbf{R}\mathbf{A}\mathbf{P}\xi_c = \mathbf{R}r$, где матрица $\mathbf{R}\mathbf{A}\mathbf{P}$ заменяется на дискретизацию исходной задачи на грубой сетке, и получить $x \approx \tilde{x} + \mathbf{P}\xi_c$. Рекурсивное применение двухсеточного метода приводит к многосеточному методу с V-циклом.

В данной реализации многосеточного алгоритма для уменьшения амплитуды высокочастотных компонент ошибки используется метод Гаусса – Зейделя с красно-черным упорядочиванием переменных. В качестве операторов перехода между уровнями V-цикла используется билинейная интерполяция и сопряженный к нему оператор 9-точечного осреднения. На нижнем уровне V-цикла применяется неполное обращение матрицы системы при помощи метода сопряженных градиентов (в случае симметричной матрицы) или метода бисопряженных стабилизированных градиентов [44]. Для учета анизотропии широтно-долготной сетки при построении последовательности грубых сеток применяется метод условного сгрубления [19, 10].

1.6 Диссипативные механизмы

1.6.1 Гипер-диффузия с бигармоническим оператором

Нелинейные взаимодействия в реальных крупномасштабных атмосферных течениях приводят к генерации все более и более мелких вихрей, пока энергия этих вихрей не обращается в тепло посредством молекулярной вязкости на масштабах порядка 1 см. Подобное разрешение недостижимо в реальной глобальной модели атмосферы. Следовательно, чтобы избежать накопления энергии в мельчайших разрешаемых масштабах, нужна параметризация взаимодействия и диссипации на масштабах меньше размера ячеек сетки. Подобные параметризации часто рассматриваются как неотъемлемая часть динамического ядра [45]. В модели ПЛАВ используется неявная по времени гипер-диффузия с бигармоническим оператором, которая селективно подавляет кратчайшие разрешаемые на сетке волны.

Уравнение диффузии дискретизируется в пространстве коэффициентов Фурье по долготе с использованием метода конечных объемов.

Уравнение диффузии записывается как

$$\psi_f^{n+1} = \psi^{n+1} - K \Delta t \nabla^4 \psi_f^{n+1}, \quad (1.67)$$

где ψ^{n+1} – одна из величин D^{n+1} , T_v^{n+1} , ζ^{n+1} , η^{n+1} , а ψ_f^{n+1} – сглаженное поле, полученное в результате решения уравнения диффузии. В уравнении (1.67) применяется неявная схема по времени, что позволяет обойти жесткое ограничение на коэффициент K около полюсов широтно-долготной сетки, величина Δt совпадает с шагом по времени в остальных блоках модели.

В модели ПЛАВ используются сетки с переменным разрешением по широте, следовательно, фильтр не должен чрезмерно подавлять мелко-масштабные особенности полей в областях с высоким разрешением. Однако эти особенности должны быть полностью отфильтрованы до того, как они попадут в области с низким разрешением, где они не могут быть воспроизведены. Мы используем анизотропный коэффициент диффузии, зависящий от разрешения по широте, оператор ∇^4 заменяется на $\nabla \cdot (\mathbf{K} \nabla^3 \psi)$ для сохранения локальной консервативности, $\mathbf{K} = \text{diag}(K_\lambda, K_\varphi)$. Для облегчения численного решения уравнение (1.67) переписывается в виде

$$\begin{aligned} \psi_f^{n+1} &= \psi^{n+1} - \Delta t \nabla \cdot \mathbf{K} \nabla \xi, \\ \xi &= \nabla^2 \psi_f^{n+1}. \end{aligned} \quad (1.68)$$

Для аппроксимации широтной части операторов $\nabla \cdot \mathbf{K} \nabla$ и ∇^2 используется конечно-объемная формула второго порядка точности:

$$\begin{aligned} (\nabla \cdot \mathbf{K} \nabla \xi)_\varphi &= \frac{1}{a^2 \Delta(\sin \varphi)_j} \left(K_{\varphi_{j+1/2}} \cos \varphi_{j+1/2} \frac{\xi_{j+1} - \xi_j}{\Delta \varphi_{j+1/2}} - \right. \\ &\quad \left. K_{\varphi_{j-1/2}} \cos \varphi_{j-1/2} \frac{\xi_j - \xi_{j-1}}{\Delta \varphi_{j-1/2}} \right) + O(\Delta \varphi^2), \end{aligned} \quad (1.69)$$

где $\varphi_{j+1/2} = 1/2(\varphi_j + \varphi_{j+1})$, $\Delta \varphi_{j+1/2} = \varphi_{j+1} - \varphi_j$, $\Delta(\sin \varphi)_j = \sin \varphi_{j+1/2} - \sin \varphi_{j-1/2}$. Долготная часть операторов $\nabla \cdot \vec{K} \nabla$ и ∇^2 аппроксимируется в пространстве коэффициентов Фурье как образ конечно-объемной формулы второго порядка.

Систему уравнений (1.68) с использованием дискретизации (1.69) для k -ого Фурье-коэффициента можно записать как

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \begin{pmatrix} \xi \\ \psi_f^{n+1} \end{pmatrix}_{j-1} + \mathbf{B} \begin{pmatrix} \xi \\ \psi_f^{n+1} \end{pmatrix}_j + \mathbf{C} \begin{pmatrix} \xi \\ \psi_f^{n+1} \end{pmatrix}_{j+1} = \\ \frac{a^2 \Delta(\sin \varphi)_j}{\Delta t} \begin{pmatrix} \psi^{n+1} \\ 0 \end{pmatrix}_j, \end{aligned} \quad (1.70)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} K_{\varphi_{j-1/2}} \frac{\cos \varphi_{j-1/2}}{\Delta \varphi_{j-1/2}} & 0 \\ 0 & \frac{\cos \varphi_{j-1/2}}{\Delta \varphi_{j-1/2}} \end{pmatrix}, \quad (1.71)$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} K_{\varphi_{j+1/2}} \frac{\cos \varphi_{j+1/2}}{\Delta \varphi_{j+1/2}} & 0 \\ 0 & \frac{\cos \varphi_{j+1/2}}{\Delta \varphi_{j+1/2}} \end{pmatrix}, \quad (1.72)$$

$$\mathbf{B} = -\mathbf{A} - \mathbf{C} - \begin{pmatrix} \frac{\tilde{k}^2 K_{\lambda_j} \Delta(\sin \varphi)_j}{\cos^2 \varphi_j} & -\frac{a^2 \Delta(\sin \varphi)_j}{\Delta t} \\ a^2 \Delta(\sin \varphi)_j & \frac{\tilde{k}^2 \Delta(\sin \varphi)_j}{\cos^2 \varphi_j} \end{pmatrix}, \quad (1.73)$$

где $-\tilde{k}^2 = -(1 - \cos k\Delta\lambda)/\Delta\lambda^2$ – Фурье-образ долготной части дискретного оператора Лапласа. Полученная система уравнений решается с помощью блочно-трехдиагональной прогонки.

1.6.2 Демпферный слой вблизи верхней границы

Чтобы избежать ложного отражения вертикально распространяющихся волн от «верхней твердой крышки» (граничное условие $\dot{\eta} = 0$ при $\eta = \eta_{1/2}$), используется демпфирование горизонтальной дивергенции на вертикальных уровнях вблизи верхней границы модельной атмосферы. Слагаемое $-\vartheta(\eta)D^{n+1}$ включается в левую часть уравнений дивергенции (1.21). Данное слагаемое интегрируется по времени неявно, что позволяет выбирать любой коэффициент ϑ и не усложняет решение системы уравнений (1.26) – (1.27).

1.7 Дополнительная информация к главе 1

1.7.1 Список обозначений

a – средний радиус Земли

$A(\eta)$, $B(\eta)$ – коэффициенты гибридной координаты [33]

\hat{A}_k^ψ , \hat{B}_k^ψ – k -е коэффициенты представления Фурье по долготе функции ψ

c_{pd} , c_p – теплоемкость сухого и влажного воздуха при постоянном давлении

D – горизонтальная дивергенция

f – параметр Кориолиса

F_ψ – источник/сток величины ψ вследствие неадиабатических процессов и процессов подсеточного масштаба

G – линейная часть геопотенциала

i, j – долготный и широтный индексы точки модельной сетки по горизонтали

J_{ζ} – слагаемое типа Якобиана в уравнении абсолютного вихря (1.2)

$\vec{k} - \vec{r}/a$ – вертикальный единичный вектор сферической системы координат

k, \tilde{k} – волновое число по долготе и модифицированное волновое число по долготе

l – индекс вертикального уровня модельной сетки

\mathcal{M} – обратный коэффициент растяжения при переменном разрешении по широте $\partial\varphi/\partial\varphi'$

$N_{lat}, N_{lon}, N_{lev}$ – количество точек сетки модели по широте, долготе и вертикали

p, p_0, p_s – давление, постоянное фоновое давление, приземное давление

\bar{p}, \bar{p}_s – фоновый профиль давления, постоянное фоновое приземное давление

p_s^{ref} – фоновое приземное давление, зависящее от орографии

q, q_i – удельные концентрации водяного пара и жидких (твердых) фаз воды

\vec{r} – радиус-вектор точки на сфере

R_d, R_v, R_{moist} – газовые константы сухого воздуха, водяного пара и влажного воздуха

$R_{\zeta}, \vec{R}_{\vec{v}}, R_D, R_T, R_P$ – правые части дискретных по времени уравнений абсолютного вихря (1.17), горизонтального ветра, дивергенции, термодинамики (1.22) и неразрывности (1.23)

\mathfrak{R} – матрица поворота

\dot{s} – аналог вертикальной скорости в уравнениях неразрывности и термодинамики (1.6), (1.4)

S_{ij} – горизонтальная площадь i, j -й вертикальной колонки ячеек модельной сетки

T, T_v – температура, виртуальная температура

\bar{T} – постоянная фоновая температура

$\vec{V} = (u, v)$ – горизонтальный ветер

\mathcal{V}_{ijl} – ячейка модельной сетки

$\mathcal{V}(t)$ – лагранжев объем

$\gamma(\eta)\Phi_s$ – коррекционное слагаемое [28] для уравнения термодинамики (1.4)

$\Delta\lambda_j$ – шаг по долготе на j -й сеточной широте

ζ – вертикальная компонента относительной завихренности

η – гибридная вертикальная координата [33]

$\dot{\eta}$ – вертикальная скорость в η -координате

λ – долгота

φ, φ_j – широта, j -я сеточная широта

φ' – псевдо-широта

Φ – геопотенциал

Φ_s – геопотенциал поверхности Земли

ψ – произвольная величина

$\vec{\Omega}$ – угловая скорость вращения Земли

$(\psi)_*$ – ψ вычисляется в исходной точке траектории лагранжевой частицы

$(\psi)_{\mathcal{V}_{ijl}}, (\psi)_{S_{ij}}$ – ψ , осредненная по ячейке \mathcal{V}_{ijl} или по горизонтальной площади S_{ij}

1.7.2 Полулагранжева аппроксимация векторных уравнений на сфере

Приближение мелкой атмосферы [15] заключается в замене множителя $1/r$, где r – расстояние от центра сферы, в дифференциальных операторах в сферической системе координат на множитель $1/a$, где a – радиус Земли. Данное приближение может быть использовано, когда высота над поверхностью Земли $z \ll a$, что верно с достаточной точностью при рассмотрении тропосферы, стратосферы и нижней мезосферы. В приближении мелкой атмосферы расстояние между двумя точками, лежащими на одной высоте, зависит только от их широты и долготы и не зависит от высоты, на которой эти точки находятся.

Известно (см., например, [15]), что для сохранения полной энергии и момента импульса в приближении мелкой атмосферы требуется исключить из уравнения для скорости ветра ряд малых слагаемых (в том числе вертикальную составляющую силы Кориолиса и некоторые метрические слагаемые). Исключение этих слагаемых приводит к тому, что на частицу воздуха начинает действовать фиктивная сила, равная $-\vec{k}\frac{u^2+v^2}{a}$. Действие этой силы приводит к тому, что при отсутствии других сил (или если их равнодействующая равна нулю) частица, пущенная горизонтально, будет двигаться по большому кругу на сфере, то есть сохранит горизонтальность своего движения. Если приближение мелкой атмосферы не вводится, то такая частица будет двигаться по прямой, часть ее горизонтальной скорости перейдет в вертикальную из-за поворота орт сферической системы координат.

Полулагранжевы дискретизации векторных уравнений, в частности, уравнения горизонтального ветра (1.1) и кинематическое уравнение

$$d\vec{r}/dt = \vec{V},$$

которое используется при поиске начальных точек траекторий, должны учитывать специфику приближения мелкой атмосферы. В противном случае возникают систематические ошибки, которые приводят к затуханию момента импульса относительно земной оси, в результате чего замедляются и смещаются от экватора (вследствие уменьшения силы Кориолиса) струйные течения в атмосфере. Отсутствие поправок, связанных с приближением мелкой атмосферы, при поиске траекторий (уравнения (1.11), (1.12)) может приводить к ложному переносу по вертикали и замедлению горизонтального переноса.

В приближении мелкой атмосферы задачи для вертикального и горизонтального (по поверхности сферы) смещений при поиске начальных точек траекторий разделяются. В случае вертикального смещения рассматривается уравнение $\frac{d\eta}{dt} = \dot{\eta}$, которое интегрируется по схеме SETTLS аналогично уравнениям (1.11), (1.12):

$$\eta_{*m+1}^n = \eta^{n+1} - \frac{\Delta t}{2} \left(\dot{\eta}^n + \dot{\eta}_{*m}^{(n+1)e} \right). \quad (1.74)$$

При поиске горизонтального смещения траектория аппроксимируется дугой большого круга [39]. Уравнение итерационного процесса (1.12) заменяется на

$$\vec{r}_{*m+1}^n = \vec{r}^{n+1} - \mathcal{G} \left(\frac{\Delta t}{2} \left(\vec{V}^n + \mathfrak{R} \vec{V}_{*m}^{(n+1)e} \right) \right), \quad (1.75)$$

где $\mathcal{G}(\vec{\psi})$ – оператор смещения по дуге большого круга, касательной к вектору $\vec{\psi}$, на расстояние $|\vec{\psi}|$; \mathfrak{R} – оператор поворота из начальной точки

траектории \vec{r}_{*m}^n в конечную \vec{r}^{n+1} , который учитывает действие фиктивной силы $-\vec{k}\frac{u^2+v^2}{a}$ на горизонтальную компоненту скорости и изменение направления орт сферической системы координат. Вычисления по уравнению (1.75) проиллюстрированы на рис. 1.4.

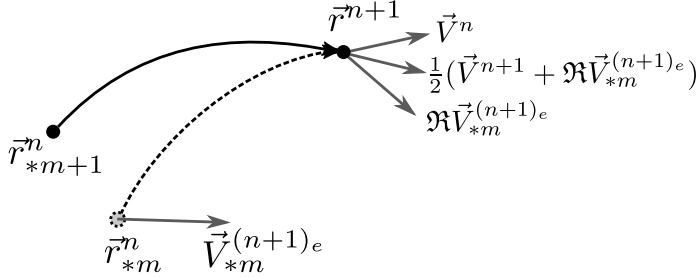


Рис. 1.4: Вычисление смещения на поверхности сферы при вычислении обратных точек траекторий.

Поворот, задаваемый оператором \mathfrak{R} , производится относительно оси, перпендикулярной плоскости большого круга, на котором лежат конечная и начальная точка траектории. Угол поворота таков, что конечная точка переходит в начальную: $\mathfrak{R}\vec{r}_*^n = \vec{r}^{n+1}$. Можно показать [37], что касательная/нормальная к большому кругу компонента вектора \vec{V}_* равна соответствующей компоненте вектора $\vec{V} = \mathfrak{R}\vec{V}_*$. Форма матрицы \mathfrak{R} , преобразующей компоненты u, v вектора горизонтального ветра [39]:

$$\mathfrak{R} = \begin{pmatrix} p & q \\ -q & p \end{pmatrix}, \quad (1.76)$$

$$p = \frac{\cos \varphi \cos \varphi_* + (1 + \sin \varphi \sin \varphi_*) \cos \Delta \lambda}{1 + \cos \beta}, \quad (1.77)$$

$$q = \frac{(\sin \varphi + \sin \varphi_*) \sin \Delta \lambda}{1 + \cos \beta}, \quad (1.78)$$

где φ и φ_* – широты конечной и начальной точки траектории; $\Delta \lambda$ – разница долгот начальной и конечной точек; β – угол между радиус-векторами начальной и конечной точек.

Полулагранжева дискретизация уравнения горизонтального ветра, записанного в форме $\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{R}$:

$$\vec{V}^{n+1} = \frac{\Delta t}{2} \left(\vec{R}_1 + \mathfrak{R}(\vec{V}_* + \vec{R}_{2*}) \right), \quad (1.79)$$

где R_1 и R_2 – составные части \vec{R} , вычисляемые в начальной и конечной точках траектории согласно схеме (1.16); оператор поворота \mathfrak{R} (тот же самый, что и при вычислении траекторий) действует на все слагаемые,

вычисляемые в начальной точке траектории. Можно убедиться, что полулагранжева дискретизация векторной формы уравнения горизонтального ветра (1.79) эквивалентна полулагранжевой дискретизации компонентной формы этого уравнения в повернутой сферической системе координат, в которой начальная и конечная точка лежат на экваторе. В самом деле, в такой системе координат экватор является большим кругом, на котором лежат начальная и конечная точки траектории, а касательную/нормальную к большому кругу компоненты \vec{V} и \vec{R} , которые сохраняет оператор \mathfrak{R} , можно интерпретировать как долготную/меридиональную компоненты вектора.

1.7.3 Правые части полуэявной системы уравнений

Правые части дискретизированных по времени уравнений, приведенных в разделе 1.3.1, записываются следующим образом:

$$R_\zeta = \zeta_*^n + f_* - \frac{\Delta t}{2} \left[(fD)_*^n + (\zeta D)_*^{(n+1)e} + (\zeta D)^n + J_{\zeta_*}^{(n+1)e} + J_\zeta^n + F_\zeta^n \right], \quad (1.80)$$

где параметр Кориолиса в исходной точке траектории лагранжевой частицы $f_* = 2|\Omega| \sin \varphi_*$, φ_* – широта исходной точки; $(fD)_*^n = f_* D_*^n$; а D_*^n – дивергенция, интерполированная в исходную точку.

Правая часть дискретного по времени уравнения горизонтального ветра:

$$\vec{R}_{\vec{V}} = -2\vec{\Omega} \times \vec{r}^{n+1} + \frac{\Delta t}{2} \left(\epsilon \nabla G^n - \nabla G_N^n \right) + \mathfrak{R} \left[\vec{V}^n + 2\vec{\Omega} \times \vec{r}^n + \frac{\Delta t}{2} \left(-(1+\epsilon) \nabla G^n + \epsilon \nabla G^{(n+1)e} - \nabla G_N^{(n+1)e} \right) + \vec{F}_{\vec{V}}^n \right]_* . \quad (1.81)$$

Правая часть дискретного уравнения термодинамики (1.22):

$$R_T = (T_v^n)_* - \frac{R_d \bar{T}}{c_{pd}} \frac{\epsilon}{2} \Delta t \frac{\bar{p}_s}{Ap_0 + B\bar{p}_s} \dot{s}^n + \frac{\Delta t}{2} N_T^n - \frac{R_d \bar{T}}{c_{pd}} \left[\frac{B\bar{p}_s}{Ap_0 + B\bar{p}_s} \ln p_{s*}^n - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\bar{p}_s}{Ap_0 + B\bar{p}_s} \left((1+\epsilon) \dot{s}^n - \epsilon \dot{s}^{(n+1)e} \right) \right)_* \right] + \frac{\Delta t}{2} N_{T*}^{(n+1)e} + F_{T_v*}^n, \quad (1.82)$$

$$\begin{aligned}
N_T = & \left(\frac{R_{\text{moist}} T_v}{c_p} \frac{p_s}{Ap_0 + Bp_s} - \frac{R_d \bar{T}}{c_{pd}} \frac{\bar{p}_s}{Ap_0 + B\bar{p}_s} \right) \times \\
& \times \left(\dot{s} - B \frac{(\partial A/\partial \eta)p_0 + (\partial B/\partial \eta)p_s}{p_s(\partial B/\partial \eta)} D - B \left(\frac{\partial B}{\partial \eta} \right)^{-1} \dot{s} \right) + \\
& + \gamma(\eta) \vec{V} \cdot \nabla \Phi_s + \dot{\eta} \frac{\partial \gamma(\eta)}{\partial \eta} \Phi_s, \quad (1.83)
\end{aligned}$$

в члене N_T слагаемые, пропорциональные $B(\partial B/\partial \eta)^{-1}$, которые возникают вследствие подстановки $d_H/dt \ln p_s$ из уравнения неразрывности (1.6), полагаются равными 0, когда $(\partial B/\partial \eta) = 0$. Действительно, в силу монотонности коэффициента $B(\eta)$, $(\partial B/\partial \eta) = 0$ только тогда, когда $B = 0$, и уравнение термодинамики (1.4) преобразуется к своему виду в изобарической системе координат, в котором нет слагаемого $d_H/dt \ln p_s$.

Правая часть дискретного по времени уравнения неразрывности (1.23):

$$\begin{aligned}
R_P = & \frac{\Delta t}{2} \left(\epsilon \frac{(\partial A/\partial \eta)p_0 + (\partial B/\partial \eta)\bar{p}_s}{\bar{p}_s} D^n + \epsilon \frac{\partial \dot{s}^n}{\partial \eta} + N_P^n \right) + \frac{\partial B}{\partial \eta} \ln p_{s*}^n + \\
& + \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{(\partial A/\partial \eta)p_0 + (\partial B/\partial \eta)\bar{p}_s}{\bar{p}_s} \left(-(1 + \epsilon)D^n + \epsilon D^{(n+1)e} \right) - \right. \\
& \left. - (1 + \epsilon) \frac{\partial \dot{s}^n}{\partial \eta} + \epsilon \frac{\partial \dot{s}^{(n+1)e}}{\partial \eta} + N_P^{(n+1)e} \right]_*; \quad (1.84)
\end{aligned}$$

$$N_P = \left(\frac{(\partial A/\partial \eta)p_0 + (\partial B/\partial \eta)\bar{p}_s}{\bar{p}_s} - \frac{(\partial A/\partial \eta)p_0 + (\partial B/\partial \eta)p_s}{p_s} \right) D. \quad (1.85)$$

1.7.4 Матрицы вертикальных операторов

Согласно матрично-столбцовым (векторным) обозначениям, введенным в разделе 1.3.1, \vec{T} , \vec{S} , \vec{P} определяются как столбцы с l -й компонентой, представляющей горизонтальные поля T_{vl}^{n+1} , s_l^{n+1} (на l -м уровне) и поле $\ln p_s^{n+1}$ соответственно. Уравнения (1.22), (1.24), (1.25) записываются как:

$$\vec{T} - \kappa \bar{T} \left(\mathbf{W}^1 \vec{P} + \mathbf{W}^2 \frac{1 + \epsilon}{2} \Delta t \vec{S} \right) = \vec{R}_T, \quad (1.86)$$

$$(1 - B_{1/2}) \vec{P} = -\mathbf{C} \mathbf{W}^3 \frac{1 + \epsilon}{2} \Delta t \vec{D} + \mathbf{C} \vec{R}_P, \quad (1.87)$$

$$\frac{1 + \epsilon}{2} \Delta t \vec{S} = \mathbf{I} \left[-\mathbf{B} \vec{P} - \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{W} \frac{1 + \epsilon}{2} \Delta t \vec{D} + \tilde{\mathbf{C}} \vec{R}_P \right], \quad (1.88)$$

где $\kappa = R_d/c_{pd}$; \mathbf{C} – матрица интегрирования по правилу средней точки от верхней границы модельной атмосферы до поверхности Земли; $\mathbf{C}_{k,l} = \Delta \eta_l$,

$k, l \in [1, \text{Nlev}]$, \mathbf{W}^m , $m \in [1, 3]$ – диагональные матрицы; $W_{l,l}^1 = \frac{B_l \bar{p}_s}{A_l p_0 + B_l \bar{p}_s}$; $W_{l,l}^2 = \frac{\bar{p}_s}{A_l p_0 + B_l \bar{p}_s}$; $W_{l,l}^3 = \frac{\Delta A_l p_0 + \Delta B_l \bar{p}_s}{\bar{p}_s \Delta \eta_l}$; \mathbf{I} – двухдиагональная матрица интерполяции ξ^{n+1} на «целые» уровни; $\mathbf{I}_{l,l} = \mathbf{I}_{l,l-1} = \frac{1}{2}$. Матрица \mathbf{B} – диагональная, $\mathbf{B}_{l,l} = (B_{l+1/2} - B_{l/2})$. Матрица $\tilde{\mathbf{C}}$ равна нижнему треугольнику (включая главную диагональ) матрицы \mathbf{C} и представляет собой матрицу интегрирования по правилу средней точки от верхней границы до уровня $l + 1/2$.

Определение линейного геопотенциала G (1.19) в столбцово-матричной форме:

$$\vec{G} = \vec{\Phi}_s + \mathbf{A}\vec{T} + R_d \vec{T} \vec{P}, \quad (1.89)$$

где $\mathbf{A} = \mathbf{U}\Phi$ – матрица интегрирования по правилу трапеций; Φ – двухдиагональная матрица оператора инкремента геопотенциала между двумя соседними уровнями: $\Phi_{\text{Nlev}, \text{Nlev}} = \ln \frac{\bar{p}_s}{p_{\text{Nlev}}}$, $\Phi_{l,l} = \Phi_{l,l+1} = \frac{1}{2} \ln \frac{\bar{p}_l + 1}{\bar{p}_l}$, $l \in [1, \text{Nlev} - 1]$; \mathbf{U} – верхняя треугольная матрица, отвечающая за суммирование инкрементов, $U_{l,k} = 1$, $l \geq k$, $l \in [1, \text{Nlev}]$.

Можно показать, что исключение \vec{T} , \vec{P} , \vec{S} из уравнения (1.89), используя уравнения (1.86) – (1.88), приводит к выражению (1.26) с матрицами $\mathbf{M}' = \kappa R_d \vec{T} (1 - B_{1/2})^{-1} \mathbf{A} [\mathbf{W}^1 \mathbf{C} + \mathbf{W}^2 \mathbf{I} (\tilde{\mathbf{C}} - \mathbf{B} \mathbf{C})] + R_d \vec{T} (1 - B_{1/2})^{-1} \mathbf{C}$, $\mathbf{M} = \mathbf{M}' \mathbf{W}^3$.

Литература к главе 1

1. Магомедов К.М., Холодов А.С. Сеточно-характеристические численные методы. — М.: Наука, 1988. — 287 с.
2. Марчук Г.И. Численные методы в прогнозе погоды. — Л.: Гидрометеиздат, 1967. — 353 с.
3. Марчук Г.И. Методы расщепления. — М.: Наука, 1988. — 263 с.
4. Мезингер Ф., Аракава А. Численные методы, используемые в атмосферных моделях. Т. 1. — Л.: Гидрометеиздат, 1979. — 89 с.
5. Робер А. Полуявный метод // Численные методы, используемые в атмосферных моделях. Т. 2 / под ред. В.П. Садоков. — Л.: Гидрометеиздат, 1982. — С. 302–315.
6. Arakawa A, Lamb V. Computational design of the basic dynamical processes of the UCLA general circulation model // Methods of Computational Physics. Vol. 17. — New York: Academic Press, 1977. — P. 173–265.
7. Barros S.R.M. Multigrid methods for two-and three-dimensional Poisson-type equations on the sphere // J. Comput. Phys. — 1991. — V. 92. — P. 313–348.
8. Bates J., Moorthi S., Higgins R. A global multilevel atmospheric model using a vector semi-Lagrangian finite-difference scheme. Part I: Adiabatic formulation // Mon. Wea. Rev. — 1993. — V. 121. — P. 244–263.

9. *Briggs W.L., Henson V. E., McCormick S.F.* A multigrid tutorial. — SIAM, 2000.
10. *Buckeridge S., Scheichl R.* Parallel geometric multigrid for global weather prediction // Numerical Linear Algebra with Applications. — 2010. — V. 17, N. 2/3. — P. 325–342.
11. *Colella P., Woodward P.R.* The Piecewise Parabolic Method (PPM) for gas-dynamical simulations // J. Comput. Phys. — 1984. — V. 54. — P. 174–201.
12. *Fadeev R.* Algorithm for reduced grid generation on a sphere for a global finite-difference atmospheric model // Comput. Math. Math. Phys. — 2013. — V. 53, N. 2. — P. 237–252.
13. *Fournier A., Taylor M., Tribbia J.* The spectral element atmospheric model: High-resolution parallel computation and response to regional forcing // Mon. Wea. Rev. — 2004. — V. 132. — P. 726–748.
14. *Heikes R., Randall D.* Numerical integration of the shallow-water equations on a twisted icosahedral grid. Part I: Basic design and results of tests // Mon. Wea. Rev. — 1995. — V. 123. — P. 1862–1880.
15. *Holton J. R.* An introduction to dynamic meteorology. Vol. 88. — Elsevier-Academic Press, 2004. — 552 P. — (Int. Geophys. Ser.)
16. *Hortal M.* The development and testing of a new two-time-level semi-Lagrangian scheme (SETTLS) in the ECMWF forecast model // Quart. J. Roy. Met. Soc. — 2002. — V. 128. — P. 1671–1688.
17. *Jablonowski C., Oehmke R., Stout Q.* Block-structured adaptive meshes and reduced grids for atmospheric general circulation models // Phil. Trans. Roy. Soc. A. — 2009. — V. 367. — P. 4497–4522.
18. *Kurihara Y.* Numerical integration of the primitive equations on a spherical grid // Mon. Wea. Rev. — 1965. — V. 93. — P. 399–415.
19. *Larsson J., Lien F.S., Yee E.* Conditional semicoarsening multigrid algorithm for the Poisson equation on anisotropic grids // J. Comput. Phys. — 2005. — V. 208. — P. 368–383.
20. *Lauritzen P., Kaas E., Machenhauer B., Lindberg K.* A mass-conservative version of the semi-implicit semi-Lagrangian HIRLAM // Quart. J. Roy. Met. Soc. — 2008. — V. 134, issue 635. — P. 1583–1595.
21. *Lele S.K.* Compact finite difference schemes with spectral-like resolution // J. Comput. Phys. — 1992. — V. 103. — P. 16–42.
22. *Lorenz E.N.* Energy and numerical weather prediction // Tellus. — 1960. — V. 12. — P. 364–373.
23. *McDonald A., Haugen J.E.* A two time-level, three-dimensional, semi-Lagrangian, semi-implicit, limited-area gridpoint model of the primitive equations. Part II: Extension to hybrid vertical coordinates // Mon. Wea. Rev. — 1993. — V. 121. — P. 2077–2087.
24. *Müller E., Scheichl R.* Massively parallel solvers for elliptic partial differential equations in numerical weather and climate prediction // Quart. J. Roy. Met. Soc. — 2014. — V. 140, issue 685. — P. 2608–2624.

25. *Nair R.D., Scroggs J.S., Semazzi F.H.M.* Efficient conservative global transport schemes for climate and atmospheric chemistry models // *Mon. Wea. Rev.* — 2002. — V. 130. — P. 2059–2073.
26. *Quaddouri A., Lee V.* The Canadian global environmental multiscale model on the Yin-Yang grid system // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2011. — V. 137, issue 660. — P. 1913–1926.
27. *Randall D.* Geostrophic adjustment and the finite-difference shallow water equations // *Mon. Wea. Rev.* — 1994. — V. 122. — P. 1371–1377.
28. *Ritchie H., Tanguay M.* A comparison of spatially averaged Eulerian and semi-Lagrangian treatments of mountains // *Mon. Wea. Rev.* — 1996. — V. 124. — P. 167–181.
29. *Robert A., Yee T., Ritchie H.* A semi-Lagrangian and semi-implicit numerical integration scheme for multilevel atmospheric models // *Mon. Wea. Rev.* — 1985. — V. 113. — P. 388–394.
30. *Rochas M.* ARPEGE Documentation, Part 2, Chapter 6. — Météo-France, Toulouse, France, 1990.
31. *Shashkin V., Fadeev R., Tolstykh M.* 3D conservative cascade semi-Lagrangian transport scheme using reduced latitude–longitude grid (CCS-RG) // *J. Comput. Phys.* — 2016. — V. 305. — P. 700–721.
32. *Shashkin V.V., Tolstykh M.A.* Inherently mass-conservative version of the semi-Lagrangian SL-AV atmospheric model dynamical core // *Geosci. Model Dev.* — 2014. — V. 7. — P. 407–417.
33. *Simmons A. J., Burridge D. M.* An energy and angular-momentum conserving vertical finite-difference scheme and hybrid vertical coordinates // *Mon. Wea. Rev.* — 1981. — V. 109. — P. 758–766.
34. *Skamarock W. C., Klemp J. B., Duda M. G., Fowler L. D., Park Sang-Hun, Ringler T. D.* A multiscale nonhydrostatic atmospheric model using centroidal Voronoi tessellations and C-grid staggering // *Mon. Wea. Rev.* — 2012. — V. 140. — P. 3090–3105.
35. *Staniforth A., Côté J.* Semi-Lagrangian integration schemes for atmospheric models – A review // *Mon. Wea. Rev.* — 1991. — V. 119. — P. 2206–2223.
36. *Staniforth A., Thuburn J.* Horizontal grids for global weather and climate prediction models: a review // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2012. — V. 138, 662 Part A. — P. 1–26.
37. *Staniforth A., White A., Wood N.* Treatment of vector equations in deep-atmosphere, semi-Lagrangian models. I: Momentum equation // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2010. — V. 136. — P. 497–506.
38. *Temperton C.* Treatment of the Coriolis terms in semi-Lagrangian spectral models // *Atmos.- Ocean.* — 1997. — V. 35: supp.1. — P. 293–302.
39. *Temperton C., Hortal M., Simmons A.* A two-time-level semi-Lagrangian spectral global model // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2001. — V. 127. — P. 111–129.

40. *Tolstykh M., Shashkin V.* Vorticity-divergence mass-conserving semi-Lagrangian shallow-water model using the reduced grid on the sphere // *J. Comput. Phys.* — 2012. — V. 231. — P. 4205–4233.
41. *Tolstykh M.A.* Vorticity-divergence semi-Lagrangian shallow-water model of the sphere based on compact finite differences // *J. Comput. Phys.* — 2002. — V. 179. — P. 180–200.
42. *Tolstykh M.A.* Variable resolution global semi-Lagrangian atmospheric model // *Russ. J. Num. An. Math. Mod.* — 2003. — V. 18. — P. 347–361.
43. *Trottenberg U., Oosterlee C. W., Schuller A.* Multigrid. — Academic Press, 2000.
44. *Vorst H.A. van der.* A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems // *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* — 1992. — V. 13. — P. 631–644.
45. *Williamson D.* The evolution of dynamical cores for global atmospheric models // *J. Meteor. Soc. Jap.* — 2007. — V. 85B. — P. 241–269.
46. *Zangl G., Reinert D., Ripodas P., Baldauf M.* The ICON (ICOsahedral Non-hydrostatic) modelling framework of DWD and MPI-M: Description of the non-hydrostatic dynamical core // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2015. — V. 141, issue 687. — P. 563–579.

Глава 2

Параметризации процессов подсеточного масштаба

Толстых М.А., Фадеев Р.Ю., Шашкин В.В., Юрова А.Ю.

Необходимым элементом гидродинамической модели атмосферы является блок параметризаций процессов подсеточного масштаба, который предназначен для описания физических процессов, не воспроизводимых явно вследствие недостаточной пространственной или временной разрешающей способности модели. Суммарный эффект процессов, происходящих на масштабе более мелком, чем масштаб сетки, описывается с помощью известных в модели значений термодинамических параметров атмосферы на масштабе сетки и ряда введенных из физических соображений зависимостей и параметров.

В рамках глобальной модели атмосферы к таким процессам обычно относятся процессы глубокой и мелкой конвекции, образования и выпадения осадков, тепло- и влагообмена в почве и др. Параметризации процессов подсеточного масштаба носят приближенный характер, а часть используемых параметров «подгоняется» для конкретной версии модели в зависимости от ее горизонтального и вертикального разрешения.

Блок параметризаций модели ПЛАВ можно условно разделить на три основных части:

- Описание радиационных процессов в атмосфере: поглощение, рассеяние, отражение и переизлучение в атмосфере и на поверхности Земли. Применяются свободно распространяемые пакеты CLIRAD SW [16, 53] и RRTMG LW [41] для коротко- и длинноволновой радиации соответственно.
- Моделирование тепло- и влагообмена в почве с учетом фазовых состояний воды. Программная реализация этой части основана на модели многослойной почвы ИВМ РАН [3], сопряженной с параметризациями пограничного слоя атмосферы и подстилающей поверхности.

- Описание всех остальных процессов подсеточного масштаба в атмосфере (глубокая и мелкая конвекция, планетарный пограничный слой, торможение гравитационных волн, образование и выпадение осадков, облачность и пр.) и на поверхности Земли (параметризация тепло- и влагообмена с подстилающей поверхностью с учетом типа растительности, наличия снега и пр.) В этих параметризациях применяются алгоритмы, которые были разработаны под руководством Ж.-Ф. Желена консорциумом по мезомасштабному прогнозу погоды ALADIN/LACE, также называемые ALARO [7]. Эти алгоритмы были адаптированы и уточнены авторами, например, было включено описание инверсионной облачности, уточнен расчет параметров подстилающей поверхности и др.

Расчет параметризаций выполняется в модели ПЛАВ на каждом шаге по времени, а все описываемые процессы предполагаются одномерными по вертикали. В модели применяется метод расщепления по физическим процессам: расчет радиационных потоков в атмосфере выполняется в зависимости от версии модели приблизительно каждый час – в остальные моменты времени применяется специальный алгоритм экстраполяции по времени. Применение такого подхода объясняется большими вычислительными затратами на работу блока радиации: его выполнение увеличивает время счета одного шага по времени более чем в 2 раза.

Настройка блока параметризаций относится к числу наиболее трудоемких процессов и обычно выполняется при каждом существенном обновлении модели (в т. ч. в случае повышения горизонтального разрешения и числа уровней по вертикали).

2.1 Блок радиации

Распространение радиации в атмосфере – сложный, вычислительно емкий процесс, который предполагает многократное решение уравнений переноса, отражения и рассеяния солнечного и длинноволнового излучения в атмосфере для всего спектра с учетом облачности, газовых примесей и аэрозолей. Для описания коротковолновой и длинноволновой радиации в атмосфере Земли в модели ПЛАВ используются свободно распространяемые пакеты CLIRAD-SW [16, 53] и RRTMG LW [41] соответственно.

Параметризация коротковолновой радиации CLIRAD(FC05)-SW была внедрена в модель ПЛАВ в 2012 году, сменив радиационный алгоритм ACRANEV [47]. Необходимость перехода на новый пакет для описания солнечной радиации в атмосфере Земли была обусловлена использованием в ACRANEV только одного спектрального интервала, не позволяющего рассчитывать потоки и притоки солнечного излучения в облачных и аэрозольных слоях атмосферы с достаточно высокой точностью. Результаты

сравнения этих двух параметризаций в рамках модели ПЛАВ приводятся в [6].

Радиационный алгоритм CLIRAD(FC05)-SW был разработан в Центре космических полетов Годдарда, США (Goddard Space Flight Center) [16] и модифицирован в работе [53]. Этот алгоритм основан на решении уравнения переноса радиации в атмосфере в двухпоточковом приближении дельта-Эддингтона, которое заключается в представлении индикатрисы рассеяния с помощью двух членов разложения по полиномам Лежандра с использованием дельта-функции для пика рассеяния в направлении распространения света [32]. В двухпоточковом приближении решение уравнения переноса солнечного излучения в атмосфере в предположении об изотропности рассеяния можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}\frac{dF^\uparrow}{d\tau} &= \alpha_1 F^\uparrow(\tau) - \alpha_2 F^\downarrow(\tau) - \alpha_3 S(\tau), \\ \frac{dF^\downarrow}{d\tau} &= \alpha_2 F^\uparrow(\tau) - \alpha_1 F^\downarrow(\tau) - \alpha_4 S(\tau), \\ \frac{dS(\tau)}{d\tau} &= -\frac{S(\tau)}{\mu_0},\end{aligned}\tag{2.1}$$

где F^\uparrow и F^\downarrow – потоки рассеянного излучения на границах слоя атмосферы; S – поток прямого излучения; μ_0 – косинус угла падения прямого излучения; α_i , ($i = 1, 4$) – коэффициенты пропускания и отражения для прямого и рассеянного излучения, а τ – оптическая толщина поглотителя (конкретного газа). Конкретный вид коэффициентов α_i зависит от формулировки радиационной модели. В модели CLIRAD(FC05)-SW данные коэффициенты являются функциями оптической толщины слоев, вероятности выживания кванта (отношения коэффициента рассеяния излучения к сумме коэффициентов поглощения и рассеяния) и параметра, который определяет форму индикатрисы рассеяния.

Данный алгоритм включает поглощение солнечной радиации водяным паром, молекулами озона, кислорода и углекислого газа, облаками и аэрозолем и явное описание взаимодействия между поглощением и рассеянием молекулами, каплями воды в облаках и аэрозольными частицами. Выделены восемь спектральных интервалов в ультрафиолетовой и видимой области и три интервала в ближнем инфракрасном диапазоне, где применяется k -распределение с 1–4 членами распределения. Идея метода k -распределения заключается в группировке узких спектральных интервалов, коэффициент газового поглощения для которых одинаков, с последующим расчетом данного коэффициента для всей группы одновременно [8]. Интегрирование ведется не по длине волны, а по коэффициенту погло-

щения. Предложенные в [53] модификации алгоритма CLIRAD(FC05)-SW касались уменьшения количества членов распределения и модификации коэффициентов газового поглощения с учетом континуума водяного пара. Они позволили без потери точности уменьшить время расчета в безоблачной атмосфере и увеличить точность расчета притоков солнечного излучения в облачных слоях по сравнению с оригинальной версией CLIRAD-SW.

В [6] сравнивалась точность радиационного алгоритма CLIRAD(FC05)-SW по отношению к результатам полинейных расчетов [24]. Данные расчеты отличаются большой точностью за счет большого числа спектральных интервалов и метода Монте-Карло, применяемому при решении уравнения переноса радиации. В безоблачной, безаэрозольной атмосфере погрешность алгоритма составляет $1,5 \text{ Вт/м}^2$. В атмосфере с присутствием аэрозоля погрешность несколько увеличивается от -7 до $+5 \text{ Вт/м}^2$, что также, можно считать, соответствует требуемой от радиационных расчетов точности. В этой же работе показано преимущество алгоритма CLIRAD по сравнению с ранее применявшейся в модели ПЛАВ широкополосной параметризации ACRANEV [47].

Для расчета длинноволновых радиационных потоков в модели ПЛАВ используется радиационный алгоритм RRTMG LW [41]. Этот алгоритм, по сути, выполняет интерполяцию данных, полученных при расчете всех линий поглощения, с учетом фактической температуры и давления на каждом расчетном уровне. Текущая версия RRTMG LW рассчитывает радиационные потоки для длинноволновой области спектра ($10\text{--}3000 \text{ см}^{-1}$). Применяемый алгоритм RRTMG с 16 спектральными интервалами представляет собой упрощенную версию алгоритма RRTM, имеющего 256 интервалов. Так же, как и в CLIRAD SW, применяется k -распределение. В RRTM эти распределения получают непосредственно из полинейной модели LBLRTM [18], которая ранее была проверена на наблюдениях. Проверка RRTMG с использованием полинейной модели LBLRTM выполнялась для различных широтных зон. Результаты показали точность суммарного потока в пределах 2 Вт/м^2 в безоблачном случае на любой высоте. Ошибка скорости выхолаживания варьируется между $0,07 \text{ К/сут}$ в тропосфере и нижней стратосфере и $0,75 \text{ К/сут}$ в верхней стратосфере и выше. Данный алгоритм используется как в оперативном прогнозе погоды (в Европейском центре среднесрочных прогнозов погоды, американских Национальных центрах прогнозов окружающей среды, Немецкой метеослужбе), так и в моделировании изменений климата (американские Национальный центр атмосферных исследований и Лаборатория геофизической гидродинамики).

Радиационный блок представлен в программной реализации модели ПЛАВ подпрограммой SLM_RAD_DRIVER, где перед вызовом основных подпрограмм SORAD и RRTMG_LW вычисляется оптическая тол-

щина облаков в зависимости от радиуса капель, эффективного радиуса кристаллов, а в случае кристаллов – также от температуры. И для коротковолновой, и для длинноволновой радиации оптическая толщина облаков рассчитывается для каждого спектрального интервала отдельно. Так как, в отличие от капельных облаков, описать размеры отдельных частиц в кристаллических или смешанных облаках часто невозможно, то распространилось понятие «эффективного радиуса» частиц, основанное на равенстве какого-либо из свойств разнообразных по форме частиц и некоторой сферы. Например, равенство площади поверхности кристаллических частиц с площадью поверхности частицы сферической формы известного радиуса. Тогда этот радиус принимается за «эффективный». Для расчета эффективного радиуса кристаллов в модели ПЛАВ применяется следующая формула, предложенная в [50, 51]:

$$r_{e,ice} = \frac{3\sqrt{3}}{8}(1,2351 + 0,0105T_c)(45,8966IC^{0,2214} + 0,7957IC^{0,2355}(T_c + 190)), \quad (2.2)$$

где T_c – температура в градусах Цельсия; IC – ледность.

Максимальный и минимальный радиусы капель воды, а также минимальный и максимальный эффективные размеры частиц льда являются настроечными параметрами. В модель ПЛАВ включен учет концентрации углекислого газа, озона и аэрозолей. Блок радиации выполняется каждые NRADSTEP шагов, что обычно соответствует 1 часу модельного времени.

2.2 Тепло- и влагоперенос в почве

Блок описания переноса тепла и влаги в почве с учетом фазового состояния воды основан на работе [3]. Перенос тепла и влаги носит преимущественно диффузионный характер и определяется как градиентом соответствующей величины, так и неравномерностью распределения других характеристик состояния почвы. Всего рассматривается три состояния влаги: парообразное, жидкое и твердое (лед). Диффузионный характер распространения тепла и влаги предполагает, в частности, малость градиентов этих величин в горизонтальной плоскости по сравнению с производными по вертикали. Грунтовые воды в модели не представлены.

С учетом корневой системы растительности, уравнения многослойной почвы относительно температуры (T), количества жидкой влаги в долях от веса сухой почвы (W , единица измерения – г/г), водяного пара (V) и

льда (I) могут быть записаны [4, 5] в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \rho C \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \lambda_T \frac{\partial T}{\partial z} + L_i F_i - L_v F_v, \\
 \frac{\partial W}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \lambda_W \left(\frac{\partial W}{\partial z} + \delta \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial \gamma}{\partial z} - F_i - F_v - R_f - R_r, \\
 \frac{\partial V}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \lambda_V \frac{\partial V}{\partial z} + F_v, \\
 \frac{\partial I}{\partial t} &= F_i.
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Здесь λ_T – коэффициент теплопроводности; λ_W и λ_V – коэффициенты диффузии воды и водяного пара соответственно; δ – коэффициент термо-влажнопроводности за счет градиента температуры; γ – скорость инфильтрации воды под действием силы тяжести. Слагаемые в правых частях уравнений F_i и F_v определяют скорости изменения жидкой влаги и льда за счет фазовых переходов (процессы замерзания и таяния) и процессов испарения для водяного пара. R_f включает изменение влагосодержания за счет горизонтального стока воды, а R_r – за счет всасывания корнями растений. Параметры ρ и C в уравнениях определяют плотность и теплоемкость почвы.

В качестве граничных условий для уравнений (2.3) на нижней границе используются климатическое распределение температуры и влаги в отсутствии источников и стоков соответствующих величин. На поверхности температура полагается равной температуре подстилающей поверхности (массив PTS в подпрограмме APLPAR_NEW), а поток жидкой влаги задается в соответствии с дождевыми осадками, таянием снега и испарением с поверхности почвы, расчет которых поводится в параметризации подстилающей поверхности.

Уравнения (2.3) решаются численно с помощью неявной схемы первого порядка точности по времени и аппроксимацией производных по пространству конечными разностями второго порядка точности. Численный алгоритм включает два этапа: решение уравнения диффузии, в котором для обращения блочно-трехдиагональной матрицы применяется метод матричной прогонки, и процедуру согласования профилей температуры и влаги за счет вычисления источников и стоков. Сетка по вертикали характеризуется девятью расчетными уровнями от поверхности Земли до глубины 14,58 м. Шаг сетки неоднороден и варьируется от 1 см вблизи верхней границы до величины около 10 м на глубине. Процентное содержание песка и глины соответствуют [39], остальные данные берутся из [59]. Почва состо-

ит из восьми различных типов в зависимости от содержания песка, глины и органики.

Для правильной работы блока тепло- и влагопереноса в почве необходимо задание адекватных начальных значений для температуры и содержания влаги и льда во всей толще почвы. Околоповерхностные характеристики почвы в первую очередь важны в задаче среднесрочного прогноза погоды, в том числе для правильного описания динамики снежного покрова. Большое число уровней по вертикали модели многослойной почвы, достаточно глубокое расположение нижней границы расчетной области и отсутствие фиктивных источников и стоков тепла и влаги позволяют надеяться на получение физически правильного результата воспроизведения динамики атмосферы на масштабах времени от месяца до десятилетий.

В текущей версии модели ПЛАВ блок расчета тепло- и влагопереноса в почве является источником потоков тепла и влаги для модели поверхности ISBA [43], описание которой приводится далее в разделе 2.9. Модель многослойной почвы активируется значением логической переменной LSOILINM в разделе NAMPHY файла namelist.slm. В случае LSOILINM=.FALSE. модель ISBA использует собственную двуслойную модель почвы для расчета потоков тепла и влаги на поверхности Земли, в которой применяется небольшая релаксация температуры единственного в этой модели глубинного слоя почвы к климатическим среднемесячным полям соответствующего месяца. Такая релаксация при расчетах на длительные сроки может служить источником фиктивных потоков тепла, что неприемлемо для моделирования изменений климата.

2.3 Параметризации ALADIN/LACE

Сложность разработки новых параметризаций, и особенно их валидации, во многом определила возникшее за последние годы движение по обмену исходными программными кодами параметризаций физических процессов подсеточного масштаба. Наиболее ярко это проявилось в широком использовании разработанной в США параметризации радиационных притоков тепла RRTMG, описанной выше. С другой стороны, в недавно принятой в оперативную эксплуатацию новой глобальной модели метеослужбы Германии (DWD) и немецкого Института Макса Планка (MPI-M) ICON [57] лишь две параметризации разработаны непосредственно в DWD, остальные параметризации являются разработками других центров.

Главными характеристиками набора параметризаций ALADIN/LACE являются [25]:

- полная совместимость между различными схемами параметризаций, множеством универсальных констант и базисных термодинамических функций и полными уравнениями модели;

- отсутствие фиктивных источников и стоков энергии и/или влаги;
- отсутствие априорной зависимости вычислений параметризаций от номера и/или расположения вертикальных уровней модели.

Все параметризации работают независимо друг от друга, используя в качестве входных значений метеопараметры с текущего шага по времени. Исключения составляют схема глубокой конвекции, где из конвергенции влаги, служащей входной информацией для параметризации, вычитается поток влаги вследствие вертикальной турбулентной диффузии, а также параметризация микрофизики, где все процессы рассчитываются последовательно.

2.4 Глубокая конвекция

Глубокая конвекция является одним из самых важных процессов по величинам перераспределения энергии в вертикальном столбе.

Параметризация конвекции [12] основана на алгоритме потока массы, но включает многочисленные усовершенствования. В основном эти усовершенствования представлены в [27]. В параметризации учитываются следующие процессы:

- Конвективная неустойчивость первого рода. Этот одномерный механизм, запускаемый влажной неустойчивостью (плавучестью) по вертикали, известен со времен Архимеда. Источником энергии является конвективная доступная потенциальная энергия.
- Конвективная неустойчивость второго рода. Источником неустойчивости в этом случае является конвергенция водяного пара вследствие динамики, поэтому это как минимум двумерный процесс. Подробнее этот механизм описан, например, в [34].
- Обмен теплом с поверхностью, вызванный ветром (WISHE). Это испарение с поверхности океана, интенсифицирующееся в тропических и полярных мезомасштабных циклонах (что, в свою очередь, приводит к их усилению). Подробное описание приводится, например, в [22].

Вертикальный профиль потока массы в данной параметризации локально пропорционален плавучести, а интегрально пропорционален доступному водяному пару с учетом влияния динамики и вертикальной турбулентной диффузии, поэтому все три вышеуказанных процесса учитываются.

Скорость выпадения конвективных осадков определяется разностью между общей конвергенцией влаги и увлажнением окружения облака благодаря перемешиванию с ним. Под основанием облака возможно испарение осадков. Облачный конденсат преобразуется в осадки, когда эквивалентная толщина насыщенного облачного слоя превосходит некую критическую величину, являющуюся настраиваемым параметром схемы (3000–5000 Дж/кг). Этот параметр `ECMNP` задается в разделе `NAMPHU` файла `namelist.slm`.

Разделение осадков на жидкую и твердую фазы происходит следующим образом. Пропорция снега α_{snow} в осадках на данном вертикальном уровне k рассчитывается с учетом пропорции снега на предыдущем уровне $k - 1$ и температуры:

$$\alpha_{snow}^k = \max(0, \min(1, \alpha_{snow}^{k-1} + C_{VMLT}(T - T_*)(\Phi^k - \Phi^{k-1}))), \quad (2.4)$$

где $(\Phi^k - \Phi^{k-1})$ – разность геопотенциалов между модельными уровнями.

В отличие от оригинальной схемы [12], введено изменение с высотой скорости вовлечения, которая равна максимальному значению E_{ntrx} в основании облака и затухает по экспоненте к стандартному значению E_{ntr} по мере подъема облака; вертикальный масштаб этой релаксации выбран как $(E_{ntrx}^3 E_{ntr})^{1/4}$. Это предположение об изменении скорости вовлечения аналогично предположению, сделанному в модели английской метеослужбы. Более того, величины E_{ntr} и E_{ntrx} зависят от интегральной плавучести облака таким образом, что в глубоких облаках (тропики) скорость вовлечения меньше, чем в неглубоких (средние широты). Реализована и предложенная Ф. Бюсселем модификация, уменьшающая скорость вовлечения в зависимости от величины вертикальной скорости (в изобарической системе координат), что уменьшает ложные орографические осадки. В схеме учитываются нисходящие потоки по краям облака [20], а также перераспределение момента вследствие конвекции согласно [30]. В схеме глубокой конвекции предусмотрена возможность использования как замыкания типа Куо, так и замыкания на основе конвективной доступной потенциальной энергии (CAPE).

При реализации переменного горизонтального разрешения в глобальной модели Метео-Франс ARPEGE стало очевидно, что изменение локального разрешения вызывает сильные изменения взаимодействия между динамикой и конвективным воздействием, с преувеличенной активностью конвекции в области максимального разрешения (где часть конвекции может быть разрешена схемой крупномасштабной конденсации). Выход был найден в модуляции динамической части конвергенции влажности, служащей условием замыкания, множителем, зависящим от локального горизонтального разрешения модели. Этот множитель автоматически настраивается на разрешение модели, однако пользователь может его менять (па-

параметр TEQK в разделе NAMRHU файла типа namelist.slm). Для уменьшения конвективных осадков необходимо увеличение этого параметра.

2.5 Облачность и облачное влагосодержание

Облачность в модели может образовываться вследствие перенасыщения, возникающего в крупномасштабных процессах и в процессах глубокой и мелкой конвекции. Диагностический расчет влагосодержания крупномасштабных и мелкоконвективных облаков основан на вычислении превышения концентрации водяного пара над значением насыщения. Полуэмпирическая параметризация пропорции облачности в ячейке сетки в основном соответствует [56]. Предполагается, что балл облачности в ячейке сетки экспоненциально зависит от средней крупномасштабной пропорции облачного конденсата. Последняя вычисляется диагностически с помощью эмпирического профиля критической относительной влажности, зависящего только от вертикальной координаты. Показатель экспоненты в свою очередь зависит от крупномасштабной относительной влажности.

Вертикальное распределение профиля критической относительной влажности предложено Ж.-Ф. Желеном и Р. Брозковой и имеет следующий вид:

$$r_c^k = 1 - \max\left(0, \frac{H_c \eta_k (1 - \eta_k)}{(1 + H_{u1}(\eta_k - 1/2))(1 + H_{u2}(\eta_k - 1/2))}\right),$$

где η – вертикальная координата (глава 1), а k – номер уровня по вертикали.

Можно видеть, что r_c равно единице на вершине модельной атмосферы и на поверхности, а свой минимум достигает в середине. Чем выше значение H_c (HUCOE в разделе NAMRHU файла namelist.slm), тем выше толщина облаков и их влагосодержание. H_{u1} (HUTIL) и H_{u2} (HUCOE2 в разделе NAMRHU файла namelist.slm) контролируют вертикальную форму профиля и, следовательно, вертикальное распределение облачности. Конвективная облачность прямо пропорциональна сконденсированной конвективной влаге, которая в свою очередь зависит от потока конвективных осадков.

Так как расчет радиационных притоков тепла зависит от фазы облаков, суммарная облачность разделяется на жидкую и твердую фазы согласно формуле (2.4).

2.6 Орографическое гравитационно-волновое сопротивление

Гравитационные волны, возникающие в результате взаимодействия атмосферных течений с мелкомасштабной орографией, не разрешаемой на сет-

ке модели, распространяются вертикально до высот 15–30 км, где происходит их нелинейное обрушение с передачей импульса потоку (часть волн при этом обрушается непосредственно в тропосфере). Обрушение мелкомасштабных орографических волн является одним из важных процессов тропосферно-стратосферного взаимодействия, оказывающим значительное влияние в том числе на динамику циркумполярного вихря. Активность планетарных волн Россби в тропосфере также в значительной степени возбуждается систематическим торможением зонального потока над крупными горными системами в результате обрушения орографических гравитационных волн.

Применяемая в модели параметризация гравитационно-волнового сопротивления орографического происхождения разработана консорциумом ARPEGE-ALADIN/LACE. Параметризация учитывает три эффекта:

1. Вертикальное распространение волн и их обрушение на критическом уровне (восходит к работе [10]). Поток импульса с поверхности вычисляется по формуле:

$$\vec{\tau}_s = -\rho_s K_{gwd} N_s \vec{U}_{fs} \sigma_h, \quad (2.5)$$

где ρ_s – плотность, осредненная по приповерхностному слою; N_s – частота Брента–Вяйсяля, осредненная по приповерхностному слою; σ_h – дисперсия подсеточной орографии; K_{gwd} – безразмерная константа, равная $3,5 \times 10^{-3}$. Величина \vec{U}_{fs} – эффективный поверхностный ветер, осредненный по приповерхностному слою и учитывающий эффекты анизотропии рельефа [9] (вектор $\vec{\tau}_s$ может не совпадать по направлению с «реальным» поверхностным ветром). Предполагается, что максимальный волновой поток импульса на высоте z ограничен критическим значением (критерий Линдзена [35]), пропорциональным $\rho(z)U^3(z)/N(z)$, где $U(z)$ – проекция ветра на высоте z на направление \vec{U}_{fs} ; $N(z)$ – частота Брента–Вяйсяля на этой высоте. При превышении критического значения начинаются процессы нелинейного обрушения волн, приводящие к уменьшению волнового потока до критического значения. Для определения константы в критерии Линдзена вводится предположение, что абсолютная величина $\vec{\tau}_s$ равна критическому потоку на поверхности Земли. В результате получается формула для критического потока на высоте z :

$$\vec{\tau}_{cr}(z) = \frac{\rho(z)N_s}{\rho_s N(z)} \left(\frac{U(z)}{U_s} \right)^3 \vec{\tau}_s. \quad (2.6)$$

2. Нелинейные эффекты затухания/отражения волн двух типов [42]:

– захват волн ниже неустойчивого уровня ($N^2(z) < 0$), при этом поток импульса линейно уменьшается с высотой от поверхностного значения до нуля на неустойчивом уровне;

– ослабление или усиление потока импульса с поверхности за счет резонансного взаимодействия с волнами, отраженными от нейтрального уровня ($N(z) = 0$)/первого уровня, где поток импульса равняется критическому [17].

3. Эффект «аэродинамического» сопротивления горных хребтов с существенной дисперсией подсеточной орографии (эффект блокирования потока) [38]. Поток, набегаящий на горы, обтекает их, не только поднимаясь вверх, но и обходя наиболее высокие вершины с боков (по горизонтали). Горизонтальное обтекание не приводит к генерации гравитационных волн, однако возникает сила аэродинамического сопротивления [38], которая тормозит поток, и аналог подъемной силы крыла, действующей поперек потока. Сила, действующая поперек потока, существенно увеличивается за счет наличия сил Кориолиса и горизонтального градиента давления. Две аэродинамические силы учитываются на уровнях ниже высоты высочайших вершин, зависящей от дисперсии подсеточной орографии σ_h [13].

Тенденции горизонтальной скорости

$$\vec{F}_{\vec{V}} = -\frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \frac{1}{g} \frac{\partial \tau(p)}{\partial p} dt$$

рассчитываются по явно-неявному алгоритму интегрирования по времени, который предотвращает ускорение и/или разворот ветра при больших шагах интегрирования по времени, свойственных полулагранжевым моделям.

2.7 Турбулентные потоки и процессы в пограничном слое

Целью разработки алгоритма TOUCANS (Third Order moments Unified Condensation Accounting and N-dependent Solver for turbulence and diffusion) [21] было построение максимально самосогласованного, насколько это возможно, описания влажных турбулентных потоков импульса, тепла, водяного пара и облачного конденсата в рамках третьего уровня согласно классификации Мэллора-Ямады [40]. Основные идеи, заложенные в этот алгоритм, следующие:

- Источники и стоки турбулентной энергии всегда рассчитываются с учетом производной по времени от потоков и максимально согласованно с рассчитываемым масштабом турбулентности.

- Прогностические уравнения для кинетической энергии турбулентности (ТКЕ) и полной энергии турбулентности (ТТЕ). Эти уравнения учитывают, в том числе, трехмерный перенос и горизонтальную диффузию этих переменных. Перенос осуществляется с помощью полулагранжевой адвекции, описанной в главе 1.
- Функции, зависящие от устойчивости, рассчитываются в зависимости от одного параметра – потокового числа Ричардсона. Потоковое число Ричардсона характеризует (вертикальную) устойчивость течения и определяется отношением двух слагаемых из уравнения бюджета турбулентной кинетической энергии (ТКЕ): слагаемого плавучести к взятому с обратным знаком слагаемому турбулентного сдвига течения:

$$Ri_f = \frac{\frac{g}{\Theta_v} \overline{(w'\Theta'_v)}}{\overline{(u'w')} \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} + \overline{(v'w')} \frac{\partial \bar{V}}{\partial z}}.$$

Здесь для любой переменной $x = \bar{X} + x'$, где величина с чертой обозначает среднее значение, а величина со штрихом – турбулентную пульсацию вокруг среднего значения. $\Theta_v = T_v \left(\frac{p}{p_0} \right)^\kappa$ – виртуальная потенциальная температура (см. определение T_v в разделе 1.1); w – вертикальная скорость в z -системе координат.

Отрицательные значения потокового числа Ричардсона соответствуют неустойчивой вертикальной стратификации. Значение, равное 0, соответствует нейтральной стратификации; наконец, при $Ri_f > 0$ течение статически устойчиво. При $Ri_f > 1$ течение устойчиво также динамически. Другими словами, если нет достаточно плавучести, но есть достаточный сдвиг ветра по вертикали – турбулентность существует. Если сдвиг при этом недостаточен, турбулентность стремится к нулю. Переход между устойчивым и неустойчивым режимом – плавный, а не скачкообразный, как было в старых параметризациях.

Алгоритм в этой части основан на работе [15], с модификацией, ведущей к отсутствию критического числа Ричардсона. Решение системы уравнений второго уровня, согласно классификации Мэллора-Ямады, используется здесь как «медленное многообразие». Развиваются идеи, заложенные в работе [46]. Отметим, что данный алгоритм позволяет эмулировать другие недавно предложенные схемы описания пограничного слоя, например EFB [58], QNSE [49].

- Из предыдущего пункта следует, что для неустойчивой и устойчивой стратификации решаются одни и те же уравнения. В первом случае существенным является расчет моментов третьего порядка, во вто-

ром случае гарантируется отсутствие критического числа Ричардсона.

Подробное описание этого алгоритма приведено в [21].

Мелкая конвекция. В алгоритме предусмотрено несколько возможных параметризаций этого процесса. Рекомендуемый вариант состоит в использовании алгоритма на основе потока массы, аналогично глубокой конвекции.

2.8 Крупномасштабные осадки и микрофизические процессы

Многие прогностические центры внедрили схемы образования и трансформации крупномасштабных осадков с учетом микрофизических процессов и переноса образовавшихся осадков. Такие схемы достаточно точно учитывают фазу осадков в момент их образования и ее изменения по мере движения к поверхности Земли. Эти схемы также допускают (как и в природе) сосуществование капель и кристаллов в конденсате. Они применяются в большинстве современных моделей атмосферы. В модели ПЛАВ реализована параметризация крупномасштабных осадков и связанных с ними микрофизических процессов, разработанная консорциумом ALADIN/LACE (ALARO) [28]. В этой параметризации присутствуют взвешенная влага в жидкой и твердой фазах, кроме того, процессы фазовых переходов осуществляются последовательно. Данная параметризация является одномоментной на основе удельных концентраций. Рассматриваются эволюционные уравнения, включающие трехмерный перенос для пяти прогностических переменных (водяной пар, лед в облаках, капли в облаках, снег и дождь), переносимых разрешенным на сетке потоком. Предполагается, что сгенерированные осадки могут переноситься и преобразовываться из одной величины в другую. Система уравнений, включающая эти переменные, описана в [14]. Таким образом, в модель добавляется четыре трехмерных уравнения, включающих перенос. Перенос осуществляется с помощью полулагранжевой адвекции, описанной в главе 1, с квазимонотонными ограничениями в горизонтальной плоскости.

Кроме того, на каждом шаге по времени диагностически рассчитывается концентрация «псевдо – снежной крупы». Для этого оценивается пропорция выпадающей в осадки твердой (ледяной) фазы воды, которая осаждается с такой же скоростью и слипается с той же эффективностью, что и дождь. Источниками для «псевдо – снежной крупы» являются процесс Бержерона – Финдайзена, пропорциональная доля слипания, отмасштабированная на ее разностную эффективность, а также замерзание дождя. Стоком для «псевдокрупы» являются пропорциональные доли испарения и таяния.

Автоконверсия, смешанная фаза осадков, процесс Бержерона – Финдайзена. Этот процесс описывает превращения облачных капель и кристаллов в капли дождя и частицы снега соответственно. Применяется алгоритм, предложенный в [52]. Фиксированными параметрами являются временной масштаб и критическое влагосодержание в облаке. Для преобразования взвешенного в облаках льда в снег используется функция, зависящая от температуры. Процесс роста кристаллов за счет капель в смеси переохлажденной жидкости и льда (процесс Бержерона – Финдайзена) также включен в этот раздел параметризации и следует [54] с некоторыми упрощениями. Процесс Бержерона – Финдайзена считается автоконверсией облачных капель в снег.

Прогностическое осажжение. Используется статистический подход, представленный в [26]. Оцениваются три вероятности:

- P_1 – существования осадков в слое вокруг данного модельного уровня;
- P_2 – существования осадков, падающих с вышерасположенного слоя;
- P_3 – существования осадков, сгенерированных на данном шаге по времени на данном слое.

Все эти вероятности рассчитываются как функции от отношения толщины данного слоя к пути, который может пройти частица осадков за шаг по времени. Для расчета пути используется скорость падения осадков, зависящая от фазы осадков и интенсивности потока осадков. Алгоритм расчета этой скорости несколько похож на алгоритм, описанный в [37].

Слипание осадков, испарение и таяние. Процессы слипания капель и кристаллов осадков неизбежно происходят при их падении. Эти процессы в данной параметризации описываются аналогично [37]. Снег в процессе выпадения может таять, а осадки в виде дождя – испаряться. Описание диагностики этих процессов приведено в [25].

Для скоростей испарения, таяния и замерзания, которая зависит от скорости выпадения, при образовании осадков делается различие между фазами воды, которое зависит только от температуры. Осадки разделяются на жидкую l_w и ледяную l_i фазу по следующей формуле:

$$\begin{aligned}
 l_w &= l(1 - F_i(T)), & l_i &= lF_i(T), \\
 F_i(T) &= 1 - \exp(-0,5((T - T_*)/T_i)^2), & \text{если } T < T_*, \\
 F_i(T) &= 0 & \text{– в остальных случаях.}
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

T_i соответствует разности между температурой тройной точки T_* и температурой максимальной разности между двумя кривыми насыщения ($T_i = 11,82$ К). Чистый лед имеет скорости испарения $E_{var} = 4,8 \times 10^6$

и таяния $F_{ont} = 2,4 \times 10^4$, которые в R_{apv} раз больше их значений для жидкой воды (в настоящее время R_{apv} равно 80).

Коэффициент испарения осадков в ненасыщенных нижележащих уровнях вычисляется по модифицированной формуле типа Кесслера [33]:

$$\frac{d(\sqrt{\mathcal{P}})}{d(1/p)} = E_{vap}(q_w - q),$$

где \mathcal{P} – скорость испарения осадков; q_w – удельная влажность при температуре влажного термометра. Подобная формула используется и для скорости таяния/замерзания осадков, предполагая ту же самую пропорциональность между молекулярными потоками и градиентами для температуры вместо влажности:

$$\frac{dr_i}{d(1/p)} = F_{ont}(T - T_*)/\sqrt{\mathcal{P}},$$

где r_i – пропорция падающего снега.

2.9 Процессы на поверхности

Влагосодержание почвы является одной из ключевых составляющих гидрологического цикла Земли, который, в свою очередь, оказывает большое влияние на окружающую среду и ее климат. Взаимодействие между атмосферой и подстилающей поверхностью на суше определяется процессами обмена тепла и влаги за счет турбулентных и конвективных потоков, фазовых превращений воды (испарения и замерзания воды, конденсации и сублимации водяного пара), на которые также влияет количество влаги, находящейся в корневой зоне почвы и ниже.

Применяемая в модели параметризация физических процессов подсерточного масштаба на поверхности суши с учетом растительности ISBA (Interaction Soil Biosphere Atmosphere) была разработана Ж. Нуаланом и С. Плантоном [44], а затем модифицирована [43]. Модель включает двуслойную параметризацию процессов тепло- и влагообмена в почве, которая не используется в случае, если в управляющем файле `namelist.slm` задано `LSOILINM=TRUE`. Глубина поверхностного слоя почвы в ней составляет 0,01 м, а для глубокого слоя эта величина непостоянна, колеблется в интервале от 0,1 до 10 м и представляет собой уровень, на котором поток влажности в почве исчезает спустя одну неделю интегрирования. Эта глубина больше, чем корневая зона растений, зависит от климата и типа почвы в ячейке.

Описание процессов тепло- и влагообмена на поверхности различает четыре типа поверхности: море, снег, лед, низкая растительность или пустыня и высокая растительность. В параметризации ISBA учитывается

влияние растительности на суточный ход испарения, способность растительности перехватывать и испарять поступившие на нее осадки, а также тепловая инерция растительности. Растительный покров в схеме описывается тремя параметрами: долей ячейки, покрытой растительностью, индексом листовой поверхности и минимальным устьичным сопротивлением растительного покрова. Для того, чтобы различить море/озеро, ледник, пустыню/низкую растительность и лес при оценке величин коэффициентов тепловой инерции или вклада фотосинтеза в устьичное сопротивление растений, используется индекс землепользования. Также в модели учитывается влияние растительного покрова на толщину почвенного слоя, высоту уровня шероховатости и альбедо. В случае `LSOILINM=FALSE`, модель описывает эволюцию температуры и влагозапаса поверхностного и глубинного слоя почвы, а также толщины снежного покрова, иначе с помощью этой модели рассчитывается лишь влагозапас снега и эффекты, связанные с растительностью. Кроме того, в модель были включены и расширения этой параметризации, касающиеся промерзания и оттаивания почвы [11]. Параметризация ISBA требует информации о физиографических характеристиках поверхности (процент песка и глины, глубина деятельного слоя почвы, преобладающий тип растительности, альбедо почвы и растительности, листовой индекс, устьичное сопротивление листьев). Поэтому был подготовлен набор климатических данных на модельной сетке по данным ЕСОСЛИМАР [39]. Данные ЕСОСЛИМАР получены главным образом по результатам спутниковых измерений и имеют разрешение 1 км для процентного содержания песка и глины в почве, 10 км – для остальных характеристик.

Известно, что схемы параметризации тепло- и влагообмена на поверхности, учитывающие растительность, весьма чувствительны к заданию начальных значений влагосодержания почвы, в том числе и на сезонных масштабах. Поэтому для успешной работы параметризации ISBA необходимо корректное и согласованное с данной параметризацией задание начальных значений влагосодержания почвы. Для модели была реализована разработанная в [29] схема усвоения почвенных переменных. Эта работа представлена в главе 5 [1, 2].

Модельная орография и связанные с ней параметры (параметр шероховатости, подсеточная изменчивость, величина и направление анизотропии, маска «суша-вода») вычислены на основе набора данных TerrainBase [48], имеющего разрешение 5 угловых минут. Осредненные по ячейкам модельной сетки значения затем отфильтрованы фильтром шестого порядка, предложенным в [45], который удаляет волны длиной в два шага сетки и почти не подавляет волны длиной в четыре шага сетки.

2.10 Модификации параметризаций ALADIN/LACE

Для повышения точности описания радиационного баланса на поверхности Земли в модели ПЛАВ была разработана новая параметризация морских слоисто-кучевых облаков [55]. Этот тип облаков обычно формируется в средних широтах вблизи западного побережья Африки, Австралии, Северной и Южной Америки благодаря апвеллингу – подъему холодной воды около берега вследствие преобладающего в этих регионах восточного ветра. В результате апвеллинга в атмосфере формируется устойчивый инверсионный температурный слой, который приводит к образованию облаков и препятствует процессам глубокой конвекции. Закрывая заметную часть поверхности океана, морские слоисто-кучевые облака отражают солнечную радиацию обратно в космос, что приводит, в том числе, к охлаждению поверхности океана [55]. Данный тип облаков формируется вблизи верхней границы пограничного слоя атмосферы, а характерной особенностью этих облаков является сравнительно небольшая толщина (несколько сотен метров) и продолжительность существования (более полугода над одной территорией). Анализ спутниковых данных показывает, что региональный среднемесячный эффект морских слоисто-кучевых облаков в величине альбеда находится в диапазоне от 0,32 до 0,39 [23], а их общий вклад в среднегодовой радиационный баланс на верхней границе атмосферы в этих регионах составляет величину 50–70 Вт/м² [36].

Параметризация морских слоисто-кучевых облаков дополняет алгоритм описания облачности в модели ПЛАВ, где диагностический расчет балла облачности в ячейке определяется относительной влажностью воздуха. Индикатором формирования инверсионных облаков служит значение интеграла по вертикали от производной температуры по давлению в диапазоне от η_{k+1} до η_{k-1} , где η_k – рассматриваемый уровень по вертикали. Значение интеграла используется для коррекции значений минимальной величины относительной влажности, соответствующей образованию облаков в модели, и количества сконденсированной влаги. Порог срабатывания и величина коррекции обеих величин являются настраиваемыми параметрами, что позволяет не только локализовать образование инверсионных облаков, но и контролировать их количество. Важным элементом разработанного подхода является контроль образования инверсионных облаков над сушей в зимний период.

Проверка параметризации проводилась в рамках экспериментов, моделирующих глобальную динамику атмосферы в течение нескольких лет в режиме с предписанной температурой поверхности океана. Проверялось воспроизведение покрытия облаками и среднегодовой баланс тепла на поверхности вблизи характерных для морских слоисто-кучевых облаков регионов. На рис. 2.1 иллюстрируется осредненный за год балл облачности в модели ПЛАВ. Рисунок соответствует осреднению за пятый модельный

год. Можно видеть, что в целом получено качественное соответствие данным спутниковых наблюдений облачности [31].

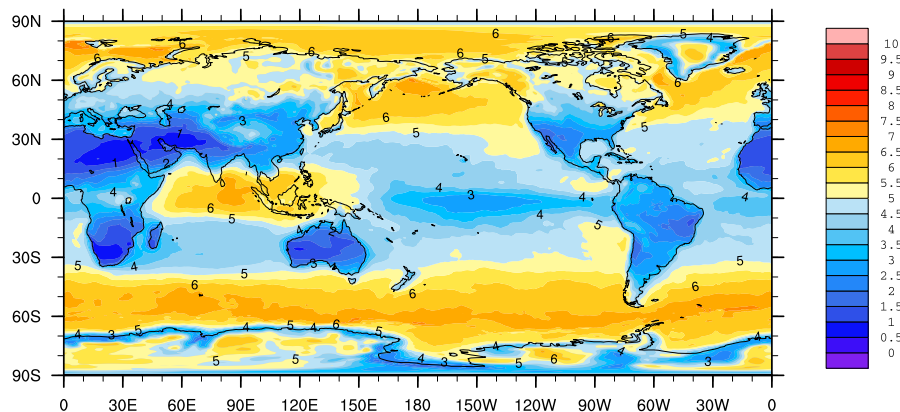


Рис. 2.1: Осредненный с 1440 по 1800 день балл облачности.

Другой важной параметризацией, внедренной в модель ПЛАВ, является алгоритм коррекции температуры поверхности морского льда. Особый подход к расчету потоков тепла на поверхности Земли требуется, когда поверхность океана в расчетной горизонтальной ячейке модельной сетки полностью или частично покрыта морским льдом. Для этого случая в модель ПЛАВ включена специальная параметризация, которая вычисляет температуру морского льда на основе уравнения теплового баланса на поверхности. Пусть F_{sw} и F_{lw} – коротко- и длинноволновые потоки тепла на поверхности, F_l и F_s – потоки скрытого и явного тепла, а T_s – температура поверхности в расчетном узле сетки. Тогда уравнение баланса тепла на поверхности имеет следующий вид:

$$F_{sw} + F_{lw} + F_l + F_s - \frac{\kappa}{h} (T_s + \Delta T - T_{melt}) = 0. \quad (2.8)$$

Здесь T_{melt} – температура замерзания морской воды; κ – теплопроводность льда; h – его толщина. Последнее слагаемое в уравнении (2.8) описывает поток тепла в толщу морского льда в предположении, что под ним находится вода. ΔT здесь является необходимой для достижения теплового баланса поправкой к температуре поверхности T_s . Поскольку лед характеризуется тепловой инерционностью, коррекция его поверхностной температуры T_s за один шаг по времени в модели ПЛАВ ограничена настраиваемой величиной, в настоящее время равной $0,3^\circ$. Другим важным аспектом параметризации является условие ее срабатывания. Численные многолетние эксперименты показали, что наилучшее соответствие данным реанализа ERA-Interim [19] достигается в случае корректировки температуры поверхности при условии доли морского льда в ячейке выше $C = 70\%$.

Отметим, что величина C также содержится в формулах для коррекции характеристик поверхности, покрытой морским льдом: отражательной и излучательной способностей, длины шероховатости и др.

Эксперименты по воспроизведению атмосферной циркуляции в режиме с предписанной температурой поверхности океана показывают хорошее согласие с данными наблюдений (см. раздел 7.3). Отметим, что толщина морского льда h в уравнении (2.8) задается по данным реанализа (соответствующим данным по сплоченности морского льда), либо является глобальной для всей земной поверхности константой. Во втором случае особое внимание необходимо уделять прибрежной полосе, где в зимнее время образуется морской лед.

Литература к главе 2

1. *Богословский Н.Н., Толстых М.А.* Реализация схемы усвоения для почвенных переменных в глобальной полулагранжевой модели прогноза погоды // Вычислительные технологии. — 2006. — Т. 11, Спец. выпуск. — С. 20—25.
2. *Богословский Н.Н., Шляева А.В., Толстых М.А.* Усвоение почвенных и приземных переменных в глобальной полулагранжевой модели прогноза погоды // Вычислительные технологии. — 2008. — Т. 13, Спец. выпуск. — С. 111—116.
3. *Володин Е.М., Лыкосов В.Н.* Параметризация процессов тепло- и влагообмена в системе растительность - почва для моделирования общей циркуляции атмосферы. 1. Описание и расчеты с использованием локальных данных // Изв. РАН, сер. Физика атмосферы и океана. — 1998. — Т. 34, № 4. — С. 453—465.
4. *Лыкосов В.Н., Палагин Э.Г.* Динамика взаимосвязанного переноса тепла и влаги в системе атмосфера - почва // Метеорология и гидрология. — 1978. — Т. 8. — С. 48—56.
5. *Палагин Э.Г.* Математическое моделирование агрометеорологических условий перезимовки озимых культур. — Л.: Гидрометеоиздат, 1981. — 191 с.
6. *Юрова А.Ю., Толстых М.А.* Анализ погрешностей двух алгоритмов расчета солнечного излучения для моделей общей циркуляции атмосферы // Труды Гидрометцентра России. — 2012. — Вып. 348. — С. 73—80.
7. ALARO. — 2017. — URL: <http://www.rclace.eu/?page=74> (visited on 12/09/2017).
8. *Arking A., Grossman K.* The influence of line shape and band structure on temperatures in planetary atmospheres // J. Atmos. Sci. — 1972. — V. 29. — P. 937—949.
9. *Baines P.G., Palmer T.N.* Rationale for a new physically-based parametrization of subgrid-scale orographic effects // ECMWF Technical Memorandum. — Reading UK, 1990. — N. 169.

10. *Boer G.J., McFarlane N.A., Laprise R., Henderson J.D., Blanchet J.-P.* The Canadian Climate Centre spectral atmospheric general circulation model // Atmos.- Ocean. — 1984. — V. 22. — P. 397–429.
11. *Boone A., Masson V., Meyers T., Noilhan J.* The influence of the inclusion of soil freezing on simulations by a soil-vegetation-atmosphere transfer scheme // J. Appl. Meteor. — 2000. — V. 39. — P. 1544–1569.
12. *Bougeault P.* A simple parameterization of the large-scale effects of cumulus convection // Mon. Wea. Rev. — 1985. — V. 113. — P. 2108–2121.
13. *Catry B., Geleyn J.-F., Bouyssel F., Cedilnik J., Brozkova R., Derkova M., Mladek R.* A new sub-grid scale lift formulation in a mountain drag parameterisation scheme // Meteor. Zeitschrift. — 2008. — V. 17. — P. 193–208.
14. *Catry B., Geleyn J.-F., Tudor M., Benard P., Trojakova A.* Flux-conservative thermodynamic equations in a mass-weighted framework // Tellus A. — 2007. — V. 59, N. 1. — P. 71–79.
15. *Cheng Y., Canuto V.M., Howard A.M.* An improved model for the turbulent PBL // J. Atmos. Sci. — 2002. — V. 59. — P. 1550–1565.
16. *Chou M.-D., M.J. Suarez.* A solar radiation parameterization (CLIRAD-SW) for atmospheric studies // NASA Tech. Memo. NASA/TM-1999-104606. Vol. 15. — NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD, 1999.
17. *Clark T.L., Peltier W.R.* Critical level and the resonant growth of nonlinear mountain waves // J. Atmos. Sci. — 1984. — V. 41. — P. 3122–3134.
18. *Clough S.A., Iacono M.J., Moncet J.-L.* Line-by-line calculations of atmospheric fluxes and cooling rates: Application to water vapor // J. Geoph. Res.: Atmos. — 1992. — V. 97, N. D14. — P. 15761–15785.
19. *Dee D.P. [et al.].* The ERA-Interim reanalysis: configuration and performance of the data assimilation system // Quart. J. Roy. Met. Soc. — 2011. — V. 137, issue 656. — P. 553–597.
20. *Ducrocq V., Bougeault P.* Simulation of an observed squall line with a meso-beta-scale hydrostatic model // Mon. Wea. Rev. — 1995. — V. 123. — P. 380–399.
21. *Đurán I.B., Geleyn J.-F., Váňa F.* A compact model for the stability dependency of TKE production–destruction–conversion terms valid for the whole range of Richardson numbers // J. Atmos. Sci. — 2014. — V. 71. — P. 3004–3026.
22. *Emanuel E.* Atmospheric convection. — Oxford Univ. Press, Oxford (UK), 1994. — 580 P.
23. *Engström A., Bender A.-M., Karlsson J.* Improved Representation of Marine Stratocumulus Cloud Shortwave Radiative Properties in the CMIP5 Climate Models // J. Climate. — 2014. — V. 27. — P. 6175–6188.
24. *Fomin B.A., Mazin I.P.* Model for an investigation of radiative transfer in cloudy atmospheres // Atmos. Res. — 1998. — V. 47/48. — P. 127–153.

25. *Geleyn J.-F., Bazile E., Bougeault P., Deque M., Ivanovici V., Joly A., Labbe L., Piedelievre J.-P., Piriou J.-M., Royer J.-F.* Atmospheric parameterization schemes in Meteo-France's ARPEGE N.W.P. model // Parameterization of subgrid-scale physical processes, ECMWF Seminar proceedings. – Reading, UK. — 1994. — P. 385–402.
26. *Geleyn J.-F., Catry B., Bouteloup Y., Brožková R.* A statistical approach for sedimentation inside a microphysical precipitation scheme // *Tellus A.* — 2008. — V. 60. — P. 649–662.
27. *Gerard L., Geleyn J.-F.* Evolution of a subgrid deep convection parametrization in a limited-area model with increasing resolution // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2005. — V. 131, issue 610. — P. 2293–2312.
28. *Gerard L., Piriou J.-M., Brozkova R., Geleyn J.-F., Banciu D.* Cloud and precipitation parameterization in a meso-gamma-scale operational weather prediction model // *Mon. Wea. Rev.* — 2009. — V. 137. — P. 3960–3977.
29. *Giard D., Bazile E.* Implementation of a new assimilation scheme for soil and surface variables in a global NWP model // *Mon. Wea. Rev.* — 2000. — V. 128. — P. 997–1015.
30. *Gregory D., Kershaw R., Inness P.M.* Parameterization of momentum transport by convection - II: Tests in single-column and general circulation models // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 1997. — V. 123, issue 541. — P. 1153–1183.
31. International Satellite Cloud Climatology Project (ISCCP), Climatological Summary Product D2. — URL: <http://isccp.giss.nasa.gov/products/products.html>.
32. *Joseph J.H., Wiscombe W.J., Weinman J.A.* The Delta-Eddington approximation for radiative flux transfer // *J. Atmos. Sci.* — 1976. — V. 33. — P. 2452–2459.
33. *Kessler E.* On the distribution and continuity of water substance in atmospheric circulation. Vol. 32. — American Meteorological Society, Boston, MA (USA), 1969. — 84 P. — (Meteorological Monographs).
34. *Kuo H.L.* Further studies of the parameterization of the influence of cumulus convection on large-scale flow // *J. Atmos. Sci.* — 1974. — V. 31. — P. 1232–1240.
35. *Lindzen R.S.* Turbulence and stress owing to gravity wave and tidal breakdown // *J. Geophys. Res.* — 1981. — V. 86. — P. 9707–9714.
36. *Loeb N.G.* Toward optimal closure of the Earth's top-of-atmosphere radiation budget // *J. Climate.* — 2009. — V. 22. — P. 748–766.
37. *Lopez P.* Implementation and validation of a new prognostic large-scale cloud and precipitation scheme for climate and data-assimilation purposes // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2002. — V. 128, issue 579. — P. 229–257.
38. *Lott F., Miller M.* A new subgrid scale orographic drag parameterisation and its testing in the ECMWF model // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 1997. — V. 123, issue 537. — P. 101–127.

39. *Masson V., J.-L. Champeaux, Chauvin F., Meriguet C., Lacaze R.* A global database of land surface parameters at 1-km resolution in meteorological and climate models // *J. Climate.* — 2003. — V. 16. — P. 1261–1282.
40. *Mellor G.L., Yamada T.* A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers // *J. Atmos. Sci.* — 1974. — V. 31. — P. 1791–1806.
41. *Mlawer E.J., Taubman S.J., Brown P. D., Iacono M.J., Clough S.A.* Radiative transfer for inhomogeneous atmospheres: RRTM, a validated correlated-k model for the longwave // *J. Geoph. Res.: Atmos.* — 1997. — V. 102. — P. 16663–16682.
42. *Mlynarz Th.* Paramétrisation du frottement des ondes de gravité orographiques - Hypothèse de résonance // Rapport de stage, Météo France, Centre de Recherches en Meteorologie Dynamique (CRMD), Juin–Aout Maitrise de Physique et Applications, Université P. Et M. Curie, Paris. — 1990. — P. 26.
43. *Noilhan J., Mahfouf J.-F.* The ISBA land surface parameterisation scheme // *Global Planet Change.* — 1996. — V. 13. — P. 145–149.
44. *Noilhan J., Planton S.* A simple parameterization of land surface processes for meteorological models // *Mon. Wea. Rev.* — 1989. — V. 117. — P. 536–549.
45. *Raymond W.H.* High-order low-pass implicit tangent filters for use in finite area calculations // *Mon. Wea. Rev.* — 1988. — V. 116. — P. 2132–2141.
46. *Redelsperger J.-L., Mahé F., Carlotti P.* A simple and general subgrid model suitable both for surface layer and free-stream turbulence // *Bound. Layer Meteor.* — 2001. — V. 101. — P. 375–408.
47. *Ritter B., Geleyn J.-F.* A comprehensive radiation scheme of numerical weather prediction with potential application to climate simulations // *Mon. Wea. Rev.* — 1992. — V. 120. — P. 303–325.
48. *Row L.W., Hastings D.A., Dunbar P.K.* Terrain Base Worldwide Digital Terrain Data – Documentation Manual, CD-ROM Release 1.0. — National Geophysical Data Center Boulder, Colorado, USA, 1995.
49. *Sukoriansky S., Galperin B., Staroselsky I.* A quasinormal scale elimination model of turbulent flows with stable stratification // *Physics of fluids.* — 2005. — V. 17. — P. 085107.
50. *Sun Z.* Reply to comments by G.M. McFarquhar on ‘Parameterization of effective sizes of cirrus-cloud particles and its verification against observations’ // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2001. — V. 127, issue 571. — P. 261–265.
51. *Sun Z., Rikus L.* Parameterization of effective sizes of cirrus-cloud particles and its verification against observations // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 1999. — V. 125, issue 560. — P. 3037–3055.
52. *Sundqvist H.* A parameterization scheme for non-convective condensation including prediction of cloud water content // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 1978. — V. 104, issue 441. — P. 677–690.
53. *Tarasova T.A., Fomin B.A.* The use of new parameterization for gaseous absorption in the CLIRAD-SW solar radiation code for models // *J. Atm. Ocean. Technol.* — 2007. — V. 24. — P. 1157–1162.

54. *Van der Hage J.C.H.* A parameterization of the Wegener-Bergeron-Findeisen effect // *Atmos. Res.* — 1995. — V. 39. — P. 201–214.
55. *Wood R.* Stratocumulus Clouds // *Mon. Wea. Rev.* — 2012. — V. 120. — P. 2373–2423.
56. *Xu K.-M., Randall D.* A semiempirical cloudiness parameterization for use in climate models // *J. Atmos. Sci.* — 1996. — V. 53. — P. 3084–3102.
57. *Zangl G., Reinert D., Ripodas P., Baldauf M.* The ICON (ICOsahedral Non-hydrostatic) modelling framework of DWD and MPI-M: Description of the non-hydrostatic dynamical core // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2015. — V. 141, issue 687. — P. 563–579.
58. *Zilitinkevich S.S., Elperin T., Kleerov N., Rogachevskii I., Esau I.* A hierarchy of energy-and flux-budget (EFB) turbulence closure models for stably-stratified geophysical flows // *Bound. Layer Meteor.* — 2013. — P. 1–33.
59. *Zobler L.* A world soil hydrology file for global climate modeling // *International Geographic Information Systems Symposium. The Research Agenda, November 15-18, 1987, Arlington, Virginia, Proceedi. Vol. 1.* — 1987. — P. 229–244.

Глава 3

Параллельная реализация модели

Толстых М.А., Фадеев Р.Ю., Гойман Г.С.

Глобальные модели прогноза погоды в ведущих мировых центрах имеют горизонтальное разрешение порядка 9–25 км [1], и для их применения необходима вычислительная система, имеющая от нескольких тысяч до десятков тысяч процессорных ядер при эффективности реализации программного комплекса модели не ниже 50%. Данный раздел кратко описывает программную структуру модели ПЛАВ с акцентом на особенности параллельной реализации.

3.1 Параллельная архитектура модели

Система гидротермодинамики влажной атмосферы может быть записана в виде:

$$\frac{\partial \vec{\varphi}}{\partial t} + \mathcal{A}\vec{\varphi} + \mathbf{B}\vec{\varphi} = \vec{\mathbf{F}}, \quad (3.1)$$

где $\vec{\varphi} = (u, v, T, q, \ln p_s)^T$ – вектор состояния системы; u и v – компоненты горизонтального вектора скорости; T – температура; q – удельное влагосодержание воздуха; p_s – приземное давление; \mathcal{A} – трехмерный оператор адвекции (переноса); \mathbf{B} представляет собой все остальные слагаемые системы уравнений без правых частей. Полная производная по времени в (3.1) дискретизируется как производная вдоль траектории [8], а вектор правых частей $\vec{\mathbf{F}} = (F_u, F_v, F_T, F_q, 0)^T$ включает описание источников и стоков соответствующей переменной вследствие процессов подсеточного масштаба (см. главу 2).

В модели ПЛАВ условно можно выделить три основных программных компонента:

- Блок переноса, ответственный за расчет характеристик и интерполяцию данных в начальных точках лагранжевых траекторий.

- Блок решения уравнения эллиптического типа, возникающего вследствие применения полунявного алгоритма (раздел 1.3).
- Блок расчета правых частей уравнений – параметризаций процессов подсеточного масштаба.

Блок расчета параметризаций является наиболее трудоемким: он занимает от 60 до 80% всего времени счета. В то же время пространственная разномасштабность глобальной модели атмосферы в вертикальном и горизонтальном направлениях позволяет упростить расчет правых частей уравнения (3.1) путем исключения зависимостей подсеточных процессов в горизонтальной плоскости. Действительно, в пограничном слое атмосферы, например, шаг сетки по вертикали может быть в десятки (и даже в сотни) раз меньше шага сетки на поверхности Земли. Таким образом, расчет вектора \vec{F} может осуществляться независимо для каждой вертикальной колонки сетки модели. Вместе с тем, зависимости подсеточных процессов по вертикали часто имеют рекурсивный характер и поэтому не всегда могут быть хорошо векторизованы. С другой стороны, независимость процессов по горизонтали позволяет применять двумерную декомпозицию расчетной области, теоретически, вплоть до одной вертикальной колонки на процессорное ядро.

Ключевым элементом модели, требующим наиболее тщательного подхода к реализации на массивно-параллельных вычислительных системах, является блок решения уравнения эллиптического типа. Применение полунявного алгоритма для решения уравнения (3.1) позволяет использовать большие шаги по времени, в том числе для интегрирования быстрых гравитационных волн. Такой подход приводит к необходимости решения уравнения типа Гельмгольца во всей расчетной области на каждом шаге по времени. В случае модели ПЛАВ это уравнение расщепляется в набор двумерных уравнений на сфере с общим числом, равным числу вертикальных уровней модели. Алгоритм решения этих уравнений рассматривается в разделе 1.5. Алгоритм предполагает выполнение следующих этапов:

1. Преобразование правой части уравнения (3.1) в базис собственных векторов матрицы \mathbf{M} .
2. Прямое быстрое преобразование Фурье.
3. Решение систем линейных блочно-трехдиагональных уравнений по широте.
4. Обратное быстрое преобразование Фурье.
5. Преобразование решения из базиса собственных векторов матрицы \mathbf{M} в сеточное пространство.

Шаги 1 и 5 выполняются с применением матрично-векторного произведения по вертикальной координате и не требуют обменов данными между процессорами. Шаги 2 и 4 используют данные от всех точек по долготе для данной широты и вертикального уровня. Для выполнения шага 3 требуются данные во всех узлах сетки по широте для каждого коэффициента Фурье по долготе и вертикального уровня. По завершению быстрых преобразований Фурье каждый процессор содержит данные для всех волновых чисел, но лишь для части широт. Чтобы приступить к шагу 3, мы используем так называемое транспонирование данных в плоскости «широта–долгота», для чего происходит сбор данных по всем широтам, которые затем распределяются по долготным коэффициентам Фурье (см. рис. 3.1). После решения трехдиагональных систем уравнений мы повторно переупорядочиваем данные назад в исходное распределение, выполняя транспонирование в обратном порядке и вычисляя затем обратное преобразование Фурье.

Применение быстрого преобразования Фурье и необходимость совершенства двух за шаг по времени операций транспонирования над глобальными массивами данных не предполагает эффективную реализацию двумерной декомпозиции расчетной области по горизонтали. Поэтому в модели ПЛАВ применяется одномерная декомпозиция по широте, которая дополнена технологией OpenMP вдоль долготы: программные модули модели организованы таким образом, чтобы обрабатывать произвольную часть круга широты. Данная организация вычислений представлена на рис. 3.1 слева. Для блока, выполняющего вычисления в пространстве коэффициентов Фурье по долготе (решения эллиптического уравнения и восстановление компонентов скорости), технология OpenMP применяется для распараллеливания циклов по вертикальной координате (рис. 3.1 справа). Тенденция к увеличению числа ядер на общей памяти внутри процессора, вместе с увеличением объема кэш-памяти, делает подход, основанный на сочетании технологий MPI и OpenMP, обоснованным. Эксперименты показали практическую применимость модели вплоть до 16 нитей OpenMP на «классических» процессорах Intel Xeon и до 32 нитей OpenMP на процессорах Intel Xeon Phi2. Отметим, что ведутся работы по созданию метода решения уравнения эллиптического типа, не использующего быстрое преобразование Фурье и транспонирование данных (см. раздел 3.2).

Полулагранжев блок занимает до 30% времени счета и включает два основных этапа: расчет обратных характеристик и интерполяция данных в начальных точках траекторий. Преимуществом полулагранжевого подхода является возможность использовать большие шаги по времени со значением числа Куранта, существенно превышающим единицу. Это особенно важно при описании динамики струйных течений, где может достигаться скорость ветра свыше 100 м/с. Таким образом, начальная точка траек-

тории может находиться в нескольких шагах сетки от расчетного узла (конечной точки траектории). С учетом процедуры интерполяции, где используется 4-точечный шаблон по каждой координате, типичная ширина области зависимости вычислений для узла сетки по горизонтали в версии модели ПЛАВ с разрешением $0,225^\circ$ составляет 8 узлов в каждом направлении по горизонтали. Таким образом, количество данных, которое передается между процессорами, существенно больше, чем для эйлеровых моделей.

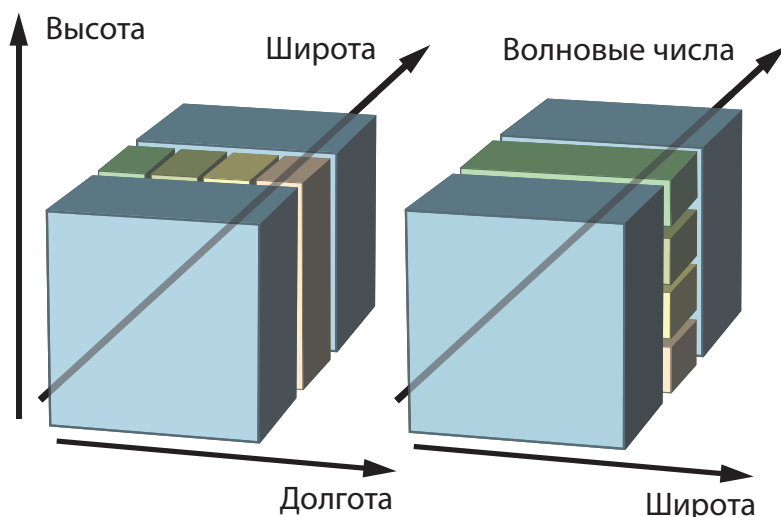


Рис. 3.1: Слева: распараллеливание по долготе в вычислениях «явной динамики» в случае 4 нитей OpenMP. Справа: распараллеливание по вертикальной координате в вычислениях в пространстве коэффициентов Фурье в случае 4 нитей OpenMP. Разные цвета соответствуют разным нитям OpenMP.

3.2 Технологии для повышения масштабируемости модели

Для оптимизации доступа в память порядок индексов в глобальных массивах характеризуется следующей последовательностью: уровень по вертикали, индекс по долготе, индекс по широте. Индекс по вертикали в стандарте языка Фортран является «наиболее быстрым»: элементы массива, соответствующие соседним индексам по вертикали, расположены в памяти непосредственно друг за другом. В целях повышения векторизации кода внутренними циклами модели, по возможности, являются циклы по вертикали.

В коде модели ПЛАВ часть массивов хранится с одинарной точностью. В первую очередь, это массивы, содержащие климатические дан-

ные (массив CLIFLD, включающий поля температуры поверхности океана, сплоченности льда и др.), свойства подстилающей поверхности (массив CONFLD), значения полей на предыдущем шаге по времени (массив RB2) и др. Численные эксперименты показали, что качество прогнозов в случае использования одинарной точности вместо двойной для перечисленных массивов не ухудшается.

Важным этапом разработки версии модели ПЛАВ с двумерной декомпозицией расчетных данных является создание новой технологии решения уравнения типа Гельмгольца, которое возникает при использовании полунейвного алгоритма. В качестве такого метода был выбран хорошо зарекомендовавший себя многосеточный метод, практически все компоненты которого (за исключением обращения матрицы на нижнем уровне V -цикла) могут быть описаны в терминах умножения разреженной k -диагональной матрицы на вектор. Параллельная реализация такой операции требует выполнения обменов значениями величин в ближайших точках расчетной сетки, находящихся на границах с соседними MPI-процессами. Алгоритм обращения матрицы на нижнем уровне V -цикла дополнительно требует вычисления скалярных произведений, то есть глобальных параллельных операций редукции. Естественным способом параллельной реализации решения набора двумерных независимых задач было бы использование для каждого вертикального уровня отдельной группы MPI-процессов, не взаимодействующих с другими группами. Однако применение такой стратегии в рамках модели потребовало бы глобальной транспозиции данных между процессами на каждом шаге по времени. В данной реализации обмены между MPI-процессами для всех вертикальных уровней группируются в один и производятся одновременно. Это позволяет не перегружать коммуникационную сеть и уменьшить количество времени, затраченного на инициализацию передачи большого количества небольших сообщений.

Известно, что параллельная эффективность многосеточных методов падает при движении вниз по V -циклу, так как уменьшается отношение количества вычислений к количеству обменов, более того, может возникнуть ситуация, когда на процессе не остается расчетных точек. В связи с этим в данной реализации применяется алгоритм уменьшения количества активных MPI-процессов по мере уменьшения количества точек, приходящихся на каждый процесс. Уменьшение количества процессов происходит, когда количество точек хотя бы на одном процессе становится ниже порогового значения. Данный алгоритм реализован для количества процессов, являющихся делителем двойки, но может быть обобщен и для других делителей.

Для эффективной параллельной реализации алгоритма большое значение имеет равномерное распределение нагрузки между процессами. В результате применения алгоритма условного сгруппирования сетки при переходе

на более грубую сетку количество расчетных точек у процессов, содержащих околополюсную область сетки, становится больше, чем у остальных процессов. Поэтому реализована опция перераспределения расчетных точек между процессами при переходе между уровнями V-цикла. Стоит отметить, что при использовании данного метода возникают дополнительные расходы на коммуникации между процессами для перераспределения расчетных точек между ними.

Были проведены замеры сильной масштабируемости алгоритма на вычислительной системе МВС-10П, оснащенной вычислительными узлами с двумя процессорами Intel Xeon E5-2690. Значения параллельного ускорения в зависимости от количества вычислительных ядер для задач размером $512 \times 256 \times 28$ и $2048 \times 1024 \times 51$ приведены на рис. 3.2. Из графика видно, что задача размером $512 \times 256 \times 28$ точек масштабируется с эффективностью более 50% вплоть до 256 ядер. Задача размером $2048 \times 1024 \times 51$ эффективно масштабируется по крайней мере до 1024 процессорных ядер.

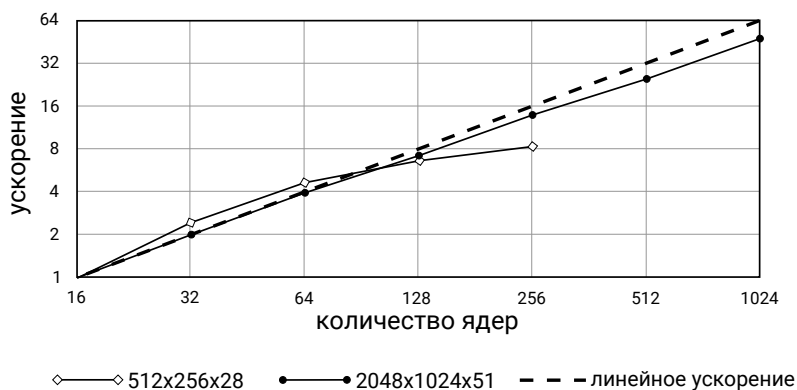


Рис. 3.2: Сильная масштабируемость алгоритма.

3.3 Система ввода-вывода

Операции с файловой системой относятся к числу наиболее узких мест параллельной эффективности программного комплекса: совершенствование модели обычно сопровождается повышением ее разрешения, объема оперируемых данных и числа MPI-процессов. Совокупность этих факторов может приводить к нежелательным задержкам в расчетах при обращении к файловой системе и, как следствие, понижению эффективности расчетной модели в целом.

В ПЛАВ реализовано три модели взаимодействия с файловой системой, каждая из которых характеризуется своими преимуществами и недостатками. Принципиально эти методы могут быть разделены по формату

данных (файлы прямого доступа и в стандарте NetCDF) и по способу параллельной реализации (мастер-процесс и метод на основе делегатов). Данный раздел посвящен обзору этих алгоритмов и методов работы с данными на их основе.

3.3.1 Мастер-процесс

Метод ввода-вывода данных на основе мастер-процесса существует с момента появления модели и может применяться в настоящее время для версий модели ПЛАВ с невысоким разрешением. Идея алгоритма заключается в агрегации данных на одном MPI-процессе, ответственном за чтение и запись файлов. Такой подход отличается относительной простотой реализации и не предполагает использования сторонних библиотек за исключением, может быть, средств для кодировки-декодировки в специальные форматы (например, `grib`). Вне зависимости от метода чтения и записи все MPI-процессы будут ожидать окончания выполнения работы с файловой системой мастер-процессом. Если глобальное поле читается (или записывается) целиком, то может возникнуть проблема нехватки оперативной памяти, что, в свою очередь, может привести к нестабильной работе приложения. С другой стороны, агрегация глобального поля на одном MPI-процессе позволяет выполнять обработку данных, не прибегая к распараллеливанию используемого для этого алгоритма.

Для активации метода работы с файловой системой на основе мастер-процесса необходимо установить параметр `io_netcdf = .false.` путем вызова подпрограммы

```
call set_io_netcdf (.false.)
```

Кроме того, необходимо убедиться, что перед этим не выполняется команда

```
call pio % init()
```

Все алгоритмы чтения, записи и постпроцессинга результатов и диагностических данных на основе мастер-процесса содержатся в подпрограммах, включенных в файл `mptio_msp.f`, где приставка «`msp`» является аббревиатурой «`master process`». Реализованные в этом файле алгоритмы предполагают принцип работы с файловой системой методом прямого доступа к файлу с использованием библиотеки индексно-последовательного доступа и кодирования `grib`. Если используется другой метод работы с файловой системой или у пользователя нет возможности установить необходимую библиотеку для работы с кодированными данными, то данный файл может быть исключен из мэйнфайла.

3.3.2 Внутренние делегаты

Для обеспечения стабильной работы модели ПЛАВ на перспективных вычислительных системах, где сборка библиотек кодирования для работы с файлами в формате `grib` затруднена, а также запуска модели со сверхвысоким пространственным разрешением, когда агрегация глобального массива данных на одном MPI-процессе невозможна в принципе, в программный комплекс был внедрен метод работы с файловой системой на основе внешней свободнораспространяемой библиотеки `NetCDF` [6]. Эта библиотека выполняет сервисные функции, обеспечивая работу с файлами в параллельном режиме, не требующем программирования пересылок данных между MPI-процессами.

Формат данных `NetCDF` предполагает иерархическую структуру данных в файле, когда сначала определяются условные системы координат с заданной размерностью (количество узлов по направлению), а затем поля величин, привязанные к этим координатам. Размерность направления может быть не ограничена, тогда под такой координатой понимается время. Подобная привязка позволяет жестко фиксировать размер каждой переменной (поля) в файле, тем самым ускоряются процедуры чтения и записи. Следует отметить, что операции с полями с одной или несколькими неограниченными размерностями выполняются существенно дольше. Важным ограничением формата `netcdf` является структурированность (регулярность) данных: в двумерном случае – это прямоугольник, а трехмерном – параллелепипед. Выполнение подпрограммы

```
call set_io_netcdf (.true.)
```

устанавливает значение `io_netcdf` в `true`. Тем самым запускается режим инициализации модели с использованием данных в формате `NetCDF`. Все подпрограммы, ответственные за чтение начальных данных и их обработку, располагаются в файле `mptio.f90`. Дополнительно к нему реализован файл `mptio_diag.f90`, в котором описаны функции для организации вывода диагностики.

3.3.3 Библиотека подпрограмм `ParIO`

Глобальное моделирование динамики атмосферы на регулярной широтно-долготной сетке предполагает выполнение операций над данными, структура которых хорошо соответствует идеологии библиотеки `NetCDF`. Массивы данных здесь обычно являются двух- или трехмерными полями с одинаковой и фиксированной размерностью по каждой координате. Формат `NetCDF` становится не вполне удобным в случае неструктурированной сетки или когда в целях диагностики необходимо записать только часть глобального массива.

Для модели ПЛАВ разработана специальная библиотека-надстройка над NetCDF, которая реализует возможность выполнения операций чтения и записи как вычислительными MPI-процессами, так и дополнительными (не расчетными) процессами. Подобный подход позволяет адаптировать систему ввода-вывода под особенности конкретной задачи. В случае относительно редкого обращения к файловой системе (запись промежуточных результатов и контрольных точек модели) используется некоторая часть вычислительных процессов. Далее такие вычислительные процессы мы будем называть гибридными. Использование дополнительных процессов, основной функцией которых является выполнение не блокирующих вычисления операций чтения и записи, становится актуальным, когда происходит частое обращение к дисковому пространству (например, отладка программного кода или тестирование модели). Промежуточный вариант, при котором операции ввода-вывода осуществляются как гибридными (вычислительными), так и дополнительными процессами может применяться в случае неоднородной вычислительной среды или в задачах с неоднородно распределенной структурой данных.

Библиотека PIO имеет шесть основных функций: инициализация, регистрация файла и данных в системе, чтение и запись данных и синхронный останов. Функция инициализации имеет следующий интерфейс:

```
call pio % init (type, tag_range, pio_cw, local_cw, hybrid_np_min,  
                hybrid_np_max, mem_tot, print_lev).
```

Здесь:

- type характеризует данный MPI-процесс (внешний или вычислительный);
- tag_range – целочисленный массив из двух элементов, задающий пределы MPI тэгов, доступных системе;
- pio_cw и local_cw – глобальный коммуникатор системы и локальный, соответствующий внешним или вычислительным процессам в зависимости от значения аргумента type;
- hybrid_np_min, hybrid_np_max – минимальное, максимальное число гибридных процессов;
- mem_tot и print_lev – общий размер доступной оперативной памяти и уровень диагностического вывода.

Отметим, что процедуре инициализации системы может предшествовать операция MPI_Comm_split, разделяющая глобальный коммуникатор на два: внешний и вычислительный.

Высокое пространственное разрешение современных численных моделей и большой объем расчетных данных часто означает необходимость производить чтение и запись отдельной части глобального массива данных, что может использоваться, например, в целях диагностики модели. Это означает, что данные для записи или чтения могут располагаться не на всех вычислительных узлах, а только на некоторой их части. Функция системы, ответственная за регистрацию массива данных, имеет интерфейс, представленный ниже:

```
call pio % data_push (id, name, data, data_dim_range, save_dim_range,  
                    mem_use).
```

Здесь:

- id – уникальный идентификатор регистрируемых данных;
- name – идентификатор данных в файле;
- data – многомерный массив данных (двойной или одинарной точности);
- data_dim_range – массив, содержащий информацию о локальных пределах массива data (уникальных для данного MPI-процесса с учетом дополнительных значений, которые могут использоваться, например, для вычисления производных);
- save_dim_range – массив, включающий глобальные пределы массива в файле;
- mem_use – примерный объем оперативной памяти на момент выполнения операций чтения-записи с регистрируемым массивом данных (необязательный аргумент).

Важной особенностью разработанной системы ввода-вывода является динамическая адаптация числа ответственных за работу с файловой системой процессов, которая достигается за счет использования возможностей современного языка программирования Фортран-2003.

Для регистрируемого в системе ввода-вывода массива менеджером параллельного профиля создается профиль, который содержит информацию о взаимодействующих с файловой системой MPI-процессах (внешний и гибридный) и вычислительных процессах, которые пересылают им (или получают от них) данные. Поскольку глобальные пределы индексов массива данных в файле (переменная `save_dim_range`) могут быть разными, то параллельный профиль создается для каждого регистрируемого массива данных. Генерация профиля осуществляется с учетом объема доступной оперативной памяти и количества MPI-процессов, которые содержат

необходимые данные. Если общее число внешних процессов считается фиксированным, то число гибридных процессов может меняться в заданных пользователем пределах. Более того, MPI-процесс расчетного коммуникатора для одних данных может относиться к числу вычислительных процессов, а для других – к гибридным.

Параллельный профиль системы ввода-вывода хранится в виде целочисленной квадратной матрицы M размерности N , где N – общее число MPI-процессов (как вычислительных, так и дополнительных). Не равное нулю значение диагонального элемента матрицы M_{ii} указывает на то, что процесс i в глобальном MPI-коммуникаторе обращается к файловой системе, а процессы, отправляющие или получающие от него данные, соответствуют ненулевым элементам матрицы в той же строке M_{ij} . Значение диагонального элемента матрицы M_{ii} определяет, в том числе, является ли соответствующий MPI-процесс внешним ($M_{ii} = 1$) или гибридным ($M_{ii} = 2$).

Если число взаимодействующих с файловой системой MPI-процессов становится больше количества вычислительных процессов с данными, которые надо прочитать или записать, то часть процессов переходит в режим ожидания. Подобная ситуация может реализоваться в случае, когда размер массива для записи (чтения) относительно мал и, например, располагается целиком на одном MPI-процессе. В предельном случае данные могут отвечать одной расчетной точке. Дополнительные MPI-процессы в режиме ожидания распределяются между активными процессами системы ввода-вывода и ждут от них сигнала (об останове или другой операции). Эти взаимосвязи определяются столбцами матрицы M : не равные нулю элементы матрицы M_{ji} задают процессы j в режиме ожидания и зависящие от процесса i .

Фиксированный размер параллельного профиля позволяет распространять его всем MPI-процессам глобального коммуникатора за одну операцию. Размер матрицы профиля не играет существенной роли, поскольку операция пересылки выполняется только один раз, а процедуры регистрации массива обычно выполняются гораздо реже, чем операции его чтения или записи на диск.

Функции системы ввода-вывода, ответственные за регистрацию файла, чтение и запись данных, имеют простой интерфейс:

```
call pio % file_push(name, create, nrec),  
call pio % data_read(filename, id, recn).
```

Здесь `name` – имя файла (он же уникальный идентификатор файла), логическая переменная `create` определяет, создавать ли новый файл или записывать в конец уже имеющегося, `nrec` – задает число записей в файл (необходимо для эффективной работы библиотеки `netCDF`, например). В

процедуре чтения данных аргумент filename отвечает названию файла, a id – уникальному идентификатору данных, pncs – номер записи (по времени, например).

В системе также реализована функция stop, которая отвечает за синхронный останов внешнего и расчетного коммунитаторов после окончания процедур чтения и записи.

Таким образом, разработанная система характеризуется достаточно простым интерфейсом доступных пользователю функций, но при этом обладает гибкостью в настройке и динамической адаптацией к формату, размеру и распределению расчетных данных. Процедуры работы с файлами (открытие, создание и закрытие), чтения и записи данных реализованы в виде методов одного объекта. Более того, функции чтения и записи оперируют данными, полученными от вычислительных узлов и объединенными в единый массив. Таким образом, пользователь имеет возможность производить чтение и запись удобными для него методами. Недостатком такого подхода является необходимость синхронизации метаданных, необходимых для выполнения операций чтения и записи (идентификаторы осей в NetCDF, например) в случае использования гибридных процессов и не глобальных массивов.

Отметим, что система ввода-вывода была разработана для вычислительных моделей с прямоугольной (и выпуклой) структурой данных. Такой вид данных является существенным в двух процедурах: конкатенация данных (поиск соседних по данным MPI- процессов) и их последующая запись. В то же время система относительно легко может быть модернизирована для вычислительных моделей, использующих сетки с нерегулярной структурой. Так, например, новая версия глобальной модели атмосферы ПЛАВ использует редуцированную широтно-долготную сетку, в которой число узлов по долготе зависит от широты.

Разработанная система ввода-вывода позволяет оптимизировать процесс работы с файловой системой в зависимости от типа решаемой задачи: отладка кода и тестирование новых методов, оперативный прогноз погоды, работающий совместно с системой циклического усвоения метеоданных с шагом 6 часов, и моделирование изменений климата на масштабах времени в десятки лет.

В настоящее время система параллельного ввода-вывода подключена к модели атмосферы ПЛАВ, ее работоспособность проверена.

3.4 Параллельный ввод-вывод в системе подготовки данных

Система параллельного ввода-вывода на основе библиотеки NetCDF также была применена для организации чтения и записи в перспективной

системе подготовки начальных данных для модели ПЛАВ на основе локального ансамблевого фильтра Калмана с переходом в пространство Ансамбля [7], представленной в главе 4. Это позволило несколько изменить организацию вычислений в параллельной программе, что в свою очередь привело к экономии используемой оперативной памяти, повышению масштабируемости, возможности применения двумерной декомпозиции расчетной области для вычислений с помощью технологии MPI и улучшению балансировки загрузки вычислительных ресурсов.

Оригинальный алгоритм LETKF описан в [3]. Ключевым достоинством этого метода подготовки начальных данных для прогностических моделей атмосферы является полная независимость производимых операций в каждой точке модельного пространства от операций в остальных точках. Этот факт обуславливает возможность эффективного применения распараллеливания алгоритма по данным. Максимально возможное используемое для вычислений количество MPI-процессов составляет произведение узлов горизонтальной сетки на количество уровней. Отсутствующий до недавнего времени параллельный ввод-вывод данных мешал эффективному применению этих вычислительных ресурсов.

Параллельный ввод-вывод позволяет производить декомпозицию расчетной области на широтно-долготные прямоугольники еще до начала этапа чтения полей прогнозов и получать свою порцию начальных данных каждым MPI-процессом. Все дальнейшие вычисления и операции, включая запись полученных результатов в файлы, совершаются независимо от других MPI-процессов. Таким образом, работа параллельной программы происходит без использования буферных массивов, необходимых для чтения и записи при последовательном вводе-выводе, что при размерностях сетки модели атмосферы ПЛАВ $1600 \times 866 \times 51$ (текущая оперативная версия) для ансамбля из 40 прогнозов при 5 прогностических переменных способно сэкономить около 103 Гб памяти суммарно на всех используемых вычислительных узлах. Кроме того, все производимые операции не требуют барьеров и синхронизаций.

Для достижения оптимального баланса нагрузки между процессорами следует применять неравномерное распределение размеров широтно-долготных прямоугольников, обрабатываемых каждым MPI-процессом. Общее количество получаемых данных различно из-за неравномерного распределения используемых в усвоении данных метеорологических наблюдений. Максимальное их количество имеется над Европой, Северной Америкой и некоторыми районами Азии. Практически полностью отсутствуют наблюдения над значительными частями Мирового океана и в Антарктиде. Поэтому более насыщенные наблюдениями области должны быть меньшего размера, чем те, в которых количество наблюдений мало.

Сочетание оптимального разбиения размеров вычислительных подоб-

ластей и полностью параллельной работы программы ведут к увеличению масштабируемости. Таким образом, рост количества используемых вычислительных ресурсов будет приводить к пропорциональному уменьшению времени работы программы, что особенно важно в условиях возрастающего разрешения используемых полей и ограниченного времени, выделяющегося на работу оперативных версий приложений.

3.5 Вычислительные характеристики модели ПЛАВ

3.5.1 Параллельная масштабируемость модели

Применение модели атмосферы ПЛАВ для решения спектра задач от среднесрочного прогноза погоды до моделирования изменений климата предполагает эффективность кода в широком диапазоне пространственных разрешений. Вычислительные характеристики программного комплекса модели исследовались при различных конфигурациях на различных вычислительных системах.

Наиболее ярко эффект усовершенствований вычислительной инфраструктуры модели, проведенных в последние годы, можно показать на примере конфигурации с относительно грубым разрешением (сетка с размерностью $640 \times 400 \times 50$). Такая конфигурация модели применяется в Сибирском региональной научно-исследовательском гидрометеорологическом институте (г. Новосибирск) для оперативных прогнозов с заблаговременностью до трех суток, а в будущем может быть актуальна для сезонного прогноза погоды и моделирования изменения климата. Результаты проверки сильной масштабируемости для вычислительной системы МВС10П с сетью Infiniband FDR, установленной в Межведомственном вычислительном центре РАН, и для кластера Научно-исследовательского центра электронной вычислительной техники (НИЦЭВТ) с отечественной сетью Ангара К1 представлены на рис. 3.3. Можно видеть, что старый вариант программного комплекса модели показывал насыщение в параллельном ускорении, то есть при росте количества процессорных ядер не ускорялся, а даже замедлялся. Современная версия модели ПЛАВ лишена этого недостатка и масштабируется практически линейно. Также можно отметить большую эффективность межзвеновой сети Ангара-К1 по сравнению с Infiniband FDR. Для максимально возможного количества вычислительных узлов на кластере НИЦЭВТ разница в параллельном ускорении достигает 12%.

Современная версия программного комплекса модели ПЛАВ выступала в 2016 году в качестве одного из тестовых кодов Росгидромета в проекте «Модернизация и техническое перевооружение учреждений и организаций Росгидромета-2», существенной частью которого является закупка суперкомпьютера с пиковой производительностью не хуже 1,2 Пфлопс. На

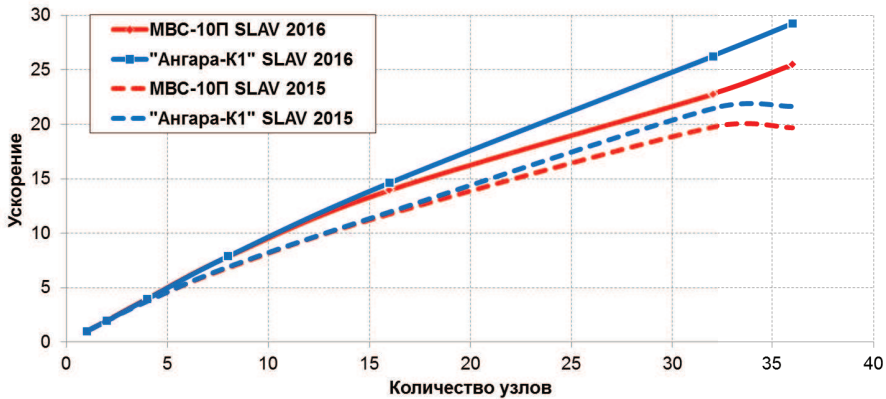


Рис. 3.3: Параллельное ускорение модели ПЛАВ старой версии (пунктир) и новой (сплошные линии) на вычислительной системе MBC10П (красные линии) и вычислительном кластере НИЦЭВТ с сетью Ангара К1 (синие линии) как функция количества вычислительных узлов (один узел состоит из двух процессоров 8-ядерных процессоров Intel Xeon E5-2690).

рис. 3.4 приведены полученные в ходе конкурса на закупку суперкомпьютера результаты параллельного ускорения, осредненные по результатам компаний-производителей, участвовавших в этом конкурсе. При этом использовалась конфигурация модели для среднесрочного прогноза погоды с максимальным на данный момент горизонтальным разрешением около 13 км и 51 уровнем по вертикали (размерность вычислительной области составляла $3024 \times 1513 \times 51$). Достигнута масштабируемость на 9072 ядра с эффективностью около 50%. Так как такие вычислительные системы ранее не были доступны авторам, то естественно ожидать улучшения результатов в ходе последующих работ.

3.5.2 Модель ПЛАВ на перспективных вычислительных системах

В последние годы как графические платы компании NVIDIA, так и многоядерные процессоры Intel Xeon Phi все чаще привлекаются для проведения научных расчетов.

В 2016 году компанией Intel было представлено новое поколение процессоров Intel Xeon Phi под кодовым названием Knights Landing (KNL). Архитектура этого продукта принципиально отличается от Xeon Phi первого поколения (Knights Ferry и Knights Corner) и позиционируется производителем уже не как ускоритель, но процессор, основным назначением которого являются высокопроизводительные вычисления. Такие процессоры установлены в 2017 году в Межведомственном суперкомпьютерном

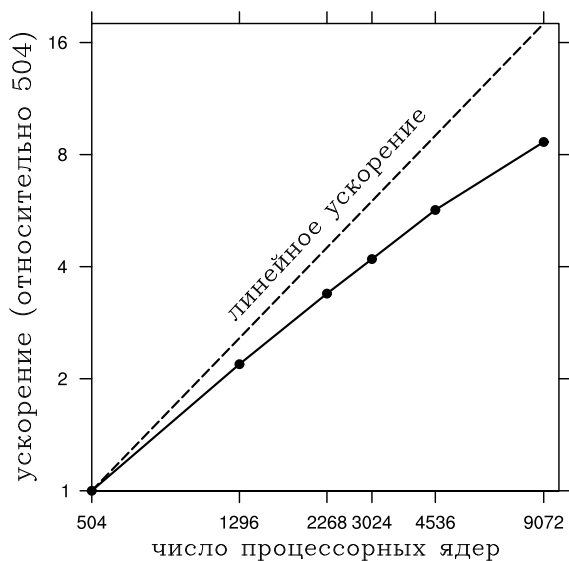


Рис. 3.4: Параллельное ускорение модели ПЛАВ по отношению к времени расчета на 504 ядрах как функция количества процессорных ядер — внешнее тестирование.

центре Российской академии наук (МЦ РАН). Поэтому представляется полезным изучение параллельной масштабируемости модели атмосферы ПЛАВ на системах с этими процессорами.

Исследования параллельной масштабируемости модели ПЛАВ в версии для сезонных и климатических расчетов проводились на вычислительном кластере, построенном на процессорах Intel Xeon Phi 2 (модель 7250, Knights Landing) [4]. Такой процессор включает 68 вычислительных ядер с общей производительностью 3.04 Тфлопс и максимальным числом гиперпотоков 272 [5], 16 Гб памяти MCDRAM [2] и 48 Гб памяти DDR4 и интерконнектом Intel Omni-Path (100 Гбит/с). Разрешение сетки модели ПЛАВ в экспериментах составляло $0,9^\circ$ по долготе, $0,72^\circ$ по широте, 28 уровней по вертикали, а также $0,56^\circ$ по долготе и $0,45^\circ$ по широте (640 и 401 узел соответственно), 50 уровней по вертикали.

На рис. 3.5 приводится время расчета одного модельного шага по времени в зависимости от числа гиперпотоков для одного, двух и трех процессоров KNL в сравнении с кластером РСК «Торнадо» ГВЦ Росгидромета на основе процессоров Intel E5-2690 (черные точки). Левая часть рис. 3.5 соответствует модели с сеткой $400 \times 251 \times 28$, а правая часть рис. 3.5 — с сеткой $640 \times 401 \times 50$. Многообразие точек иллюстрирует скорость счета модели в зависимости от ее параллельной конфигурации (комбинации числа MPI процессов и нитей OpenMP). Оптимальные конфигурации для

каждой вычислительной системы соединены сплошной кривой. Черный пунктир соответствует линейной масштабируемости.

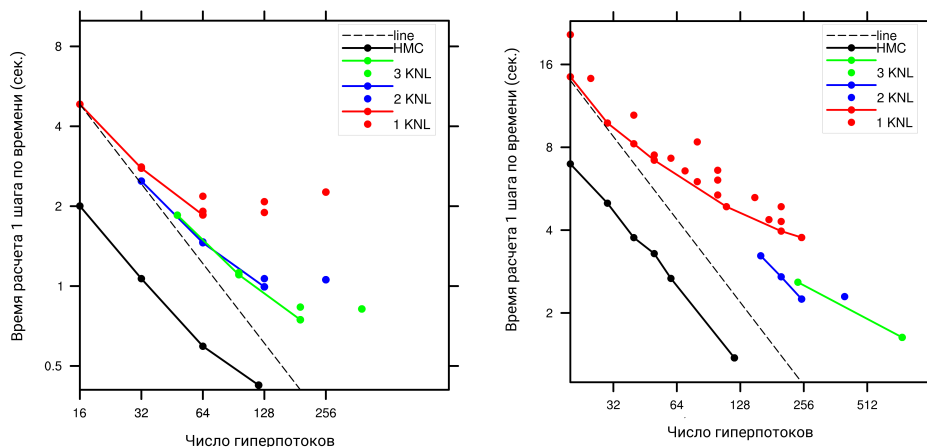


Рис. 3.5: Масштабируемость модели ПЛАВ в версии с 28 уровнями по вертикали в различных конфигурациях числа MPI процессов и нитей OpenMP. Слева – модель с сеткой $400 \times 251 \times 28$, справа – модель с сеткой $640 \times 401 \times 50$. Цветом иллюстрируются вычислительные системы: один (красный), два (синий) и три (зеленый) процессора KNL; кластер ГВЦ Росгидромета (черный), построенный на классических ядрах.

Особенность текущей реализации модели ПЛАВ заключается в использовании одномерной декомпозиции расчетной области по широте в сочетании с технологией OpenMP вдоль долготы. Наиболее ресурсоемким элементом прогностической модели является блок параметризаций процессов подсеточного масштаба, который выполняется для каждой вертикальной колонки расчетной сетки без привлечения данных из соседних колонок. Расчетные массивы модели организованы таким образом, чтобы данные, соответствующие соседним узлам по вертикали, находились последовательно в оперативной памяти системы для каждой трехмерной переменной. Поэтому ускорение расчетов модели ПЛАВ за счет векторизации напрямую зависит от числа уровней модели по вертикали.

Рис. 3.5 позволяет сделать два основных вывода:

1. Модель ПЛАВ масштабируется на процессорах KNL подобно классической архитектуре при условии задания оптимального соотношения между числом MPI процессов и OpenMP нитей. Отсутствие заметных скачков в графике масштабируемости модели при увеличении числа процессоров KNL позволяет сделать вывод о достаточной для расчетов скорости межпроцессорных обменов.

2. Многопоточность процессора KNL может быть эффективно использована только в случае хорошо векторизованного кода. На рис. 3.5 можно видеть, что в рамках одного процессора KNL увеличение числа гиперпотоков свыше числа вычислительных ядер для версии модели ПЛАВ с 28 уровнями по вертикали приводит к замедлению расчетов, в то время как модель с 50 уровнями по вертикали продолжает ускоряться.

Результаты предварительных испытаний оперативной версии модели ПЛАВ с горизонтальным разрешением около 20 км (размерность сетки $1600 \times 865 \times 51$) над территории России на процессорах KNL показали практически линейную масштабируемость модели вплоть до 768 вычислительных ядер. Память MCDRAM в экспериментах использовалась в режиме кэша, а интерконнект между ядрами представлял собой однородную сетку. Были подтверждены ранее сделанные выводы о высокой чувствительности результатов к выбору комбинации процессов MPI и нитей OpenMP.

Таким образом, результаты исследования демонстрируют возможность использования процессоров Intel Xeon Phi 2 (KNL) и кластерных систем на их основе для расчетов по модели ПЛАВ. Важным элементом достижения хорошей масштабируемости программного кода на процессорах KNL является выбор правильной конфигурации запуска (сочетания числа MPI-процессов и числа нитей OpenMP) и возможность векторизации программного кода.

Литература к главе 3

1. Толстых М.А. Глобальные модели атмосферы: современное состояние и перспективы развития // Труды Гидрометцентра России. — 2016. — Вып. 359. — С. 5–32.
2. Cantalupo C., Raman K., Sasanka R. MCDRAM on 2nd generation Intel Xeon Phi processor (code-named Kinghts Landing): Analysis methods and tools. — 2017. — URL: https://software.intel.com/sites/default/files/managed/5f/5e/MCDRAM%5C_Tutorial.pdf (visited on 12/09/2017).
3. Hunt B.R., Kostelich E.J., Szunyogh I. Efficient data assimilation for spatiotemporal chaos: A local ensemble transform Kalman filter // Physica D: Nonlinear Phenomena. — 2007. — V. 230, N. 1/2. — P. 112–126.
4. Intel Xeon Phi Processor 7200 Series. — 2017. — URL: <http://ark.intel.com/ru/products/series/94177/Intel-Xeon-Phi-Processor-7200-Series#@Server> (visited on 12/09/2017).
5. James R. Intel software developer zone: Intel AVX-512 instructions. — 2017. — URL: <https://software.intel.com/en-us/blogs/2013/avx-512-instructions> (visited on 12/09/2017).

6. Network Common Data Form (NetCDF). — 2017. — URL: <http://www.unidata.ucar.edu/software/netcdf/> (visited on 12/09/2017).
7. *Shlyueva A., Tolstykh M., Mizyak V., Rogutov V.* Local ensemble transform Kalman filter data assimilation system for the global semi-Lagrangian atmospheric model // *Russ. J. Num. An. Math. Mod.* — 2013. — V. 28, N. 4. — P. 419–441.
8. *Staniforth A., Côté J.* Semi-Lagrangian integration schemes for atmospheric models – A review // *Mon. Wea. Rev.* — 1991. — V. 119. — P. 2206–2223.

Глава 4

Система ансамблевого прогноза и усвоения данных наблюдений

Шляева А.В., Мизяк В.Г., Рогутов В.С., Толстых М.А.

4.1 Введение

Для вычисления прогноза погоды с помощью математической модели атмосферы необходимо задать начальное состояние атмосферы (температура, давление, влажность, скорость ветра и т. д.) в точках модельной сетки. Оценку состояния атмосферы в заданный момент времени получают в результате обработки наблюдений. К сожалению, необработанные наблюдения параметров атмосферы не могут быть использованы в качестве начального состояния по следующим причинам:

- измерения производятся в точках, не совпадающих с точками модельной сетки, и в момент времени, не совпадающий строго с началом прогноза;
- часто возможно измерить лишь косвенные величины (например, исходящее тепловое излучение), связанные с величинами, входящими в вектор состояния модели (например, температурой), некоторым сложным образом;
- в некоторых регионах измерения редкие или отсутствуют (например, Южный океан, Арктика, Антарктида);
- данные наблюдений содержат ошибки – как инструментальные (погрешность приборов), так и ошибки «репрезентативности», возникающие вследствие того, что измеренное значение величины относится к определенной точке, в то время как значение этой же величины в точке модельной сетки является по смыслу средним по ячейке модельной сетки.

По перечисленным выше причинам, подготовка начального состояния для моделей прогноза погоды является сложной самостоятельной задачей, называющейся усвоением данных.

Процесс усвоения данных состоит из двух этапов. Первый этап – шаг анализа, на котором доступные наблюдения и приближенная оценка состояния атмосферы (т. н. первое приближение), а также информация о распределении вероятностей их ошибок используются для нахождения теоретически оптимальной оценки состояния атмосферы (анализа) в заданный момент времени. В качестве первого приближения обычно используется краткосрочный численный прогноз погоды. На втором этапе – шаге прогноза – вычисляется первое приближение для следующего шага анализа.

Для усвоения данных с априори заданными параметрами распределения вероятностей ошибок первого приближения наиболее распространены вариационные алгоритмы усвоения данных – трехмерное и четырехмерное вариационное усвоение (3D-VAR, 4D-VAR). В Гидрометцентре России используется алгоритм трехмерного вариационного усвоения данных [7].

Начальное состояние атмосферы всегда определяется (и будет определяться) неточно, а моделям атмосферы свойственны ошибки: они имеют конечное разрешение, часть процессов не учитывают или описывают параметрически. При этом погрешность анализа и прогноза погоды для определенного региона может быть разной в зависимости от прогностической ситуации, сезона, наличия наблюдений в данном регионе и его окрестности. Для оценки погрешности прогноза используются ансамблевые прогнозы – многократные интегрирования одной или нескольких моделей атмосферы, использующих различные начальные условия (стартовый ансамбль). Ансамбль начальных условий задают в пределах неопределенности, с которой это начальное состояние известно.

Кроме оценки погрешности прогноза, системы ансамблевого прогноза позволяют получать дополнительную информацию. Например, применение системы ансамблевого прогноза позволило успешнее решить задачу раннего предупреждения вероятных экстремальных погодных явлений [18].

Первые оперативные системы ансамблевого прогноза были применены в Европейском центре среднесрочных прогнозов погоды (ECMWF) и американском Национальном центре прогнозов окружающей среды (NCEP) в 1992 и 1993 гг. [33, 41]. Первые системы ансамблевого прогноза использовали ансамбль начальных данных, полученных с помощью применения метода выращивания возмущений (error breeding) [42], сингулярных векторов [13], эмпирических ортогональных функций [44]. В этих системах ансамбль анализов рассчитывался на основе одного анализа, полученного системой усвоения.

В последнее время для генерации начальных условий ансамблевого

прогноза получили распространение ансамблевые методы усвоения данных [14, 17, 29]. Ансамблевые фильтры Калмана, например [25, 30, 39], позволяют из ансамбля первых приближений получить ансамбль анализов (начальных данных): как оптимальную оценку среднего состояния атмосферы, так и оценку ее неопределенности. Ансамбль первых приближений используется для оценки параметров распределения вероятностей ошибок первого приближения. Ансамбль анализов затем используется на шаге прогноза для получения следующего ансамбля первых приближений, а также может использоваться как начальные данные для ансамблевого прогноза.

В Гидрометцентре России разрабатывается система глобального ансамблевого среднесрочного прогноза. Для построения ансамбля начальных данных используется алгоритм усвоения данных на основе локального ансамблевого фильтра Калмана с преобразованием ансамбля [37], описанный в разделе 4.2, и оперативный анализ Гидрометцентра России [7]. Ансамблевый прогноз вычисляется полулагранжевой моделью атмосферы ПЛАВ [6].

4.2 Ансамблевое усвоение данных

4.2.1 Постановка задачи усвоения данных

Математическая постановка задачи усвоения данных состоит в следующем: используя наблюдения $\mathbf{y}^o \in \mathbb{R}^p$ с ошибкой ϵ^o (для глобальных моделей атмосферы $p \sim 10^6 - 10^7$ – количество доступных наблюдений) и первое приближение $\mathbf{x}^b \in \mathbb{R}^n$ с ошибкой ϵ^b , где $n \sim 10^7 - 10^9$ – размерность вектора состояния модели (количество переменных, умноженное на количество точек сетки), требуется найти оптимальную оценку состояния атмосферы ($\mathbf{x}^a \in \mathbb{R}^n$).

Предполагается, что ошибки наблюдений и первого приближения имеют нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и матрицами ковариаций $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{p \times p}$ и $\mathbf{P}^b \in \mathbb{R}^{n \times n}$ соответственно. Ошибки наблюдений и ошибки первого приближения считаются некоррелированными. Также предполагается, что существует оператор наблюдений $H(\mathbf{x})$, переводящий вектор состояния модели в пространство наблюдений (имитирующий с некоторой точностью значения измеренных величин, которые наблюдались бы, если бы параметры атмосферы соответствовали некоторому состоянию модели \mathbf{x}).

При сделанных выше предположениях, вектор анализа \mathbf{x}^a , полученный по методу наибольшего правдоподобия (то есть наиболее вероятное состояние атмосферы при заданных \mathbf{y}^o , \mathbf{x}^b , \mathbf{R} , \mathbf{P}^b), минимизирует функционал

стоимости:

$$J(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \mathbf{x}^b)^T (\mathbf{P}^b)^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) + (\mathbf{y}^o - H(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}^o - H(\mathbf{x})). \quad (4.1)$$

Ошибка анализа имеет нормальное распределение с матрицей ковариаций $\mathbf{P}^a \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

4.2.2 Фильтр Калмана

Если оператор H – линейный: $H(\mathbf{x}) = \mathbf{H}\mathbf{x}$, то минимум функционала (4.1) достигается при

$$\mathbf{x}^a = \mathbf{x}^b + \mathbf{K} (\mathbf{y}^o - \mathbf{H}\mathbf{x}^b), \quad (4.2)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}^a \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}. \quad (4.3)$$

Матрица ковариаций ошибок анализа выражается как

$$\mathbf{P}^a = \left((\mathbf{P}^b)^{-1} + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \right)^{-1} = \mathbf{P}^b - \mathbf{P}^b \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}^b \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{H} \mathbf{P}^b. \quad (4.4)$$

Уравнение (4.2) представляет шаг анализа процесса усвоения данных. Шаг прогноза используется для получения нового первого приближения:

$$\mathbf{x}_j^b = M (\mathbf{x}_{j-1}^a), \quad (4.5)$$

где M – оператор эволюции модели прогноза погоды, нижний индекс j обозначает номер шага усвоения.

Если оператор M линейный ($M(\mathbf{x}) = \mathbf{M}\mathbf{x}$), то первое приближение на новом шаге усвоения \mathbf{x}_j^b также будет иметь нормальное распределение. Кроме того, в случае линейного оператора M , при использовании фильтра Калмана (уравнения (4.2) – (4.4)) можно одновременно с обновлением первого приближения в шаге распространения

$$\mathbf{x}_j^b = \mathbf{M}_j \mathbf{x}_{j-1}^a \quad (4.6)$$

обновлять и матрицу ковариаций его ошибок:

$$\mathbf{P}_j^b = \mathbf{M}_j^T \mathbf{P}_{j-1}^a \mathbf{M}_j + \mathbf{Q}_j, \quad (4.7)$$

где \mathbf{Q} – матрица ковариаций ошибок модели (для ошибок модели также предлагается нормальность распределения и равенство нулю математического ожидания).

В случае, когда операторы M и H являются нелинейными, возможно построить их линеаризацию \mathbf{M}_j , \mathbf{H}_j ($\mathbf{M}_j = \partial M / \partial \mathbf{x} |_{\mathbf{x}_{j-1}^a}$, $\mathbf{H}_j = \partial H / \partial \mathbf{x} |_{\mathbf{x}_j^b}$). Подход, при котором линеаризованные операторы используются для расчета матрицы \mathbf{K} (4.3) и обновления матрицы ковариаций ошибок первого

приближения (4.7), а нелинейные операторы H , M применяются для шага анализа

$$\mathbf{x}^a = \mathbf{x}^b + \mathbf{K} \left(\mathbf{y}^o - H \left(\mathbf{x}^b \right) \right) \quad (4.8)$$

и шага прогноза (4.5), называется расширенным фильтром Калмана. В расширенном фильтре Калмана матрица ковариаций ошибок первого приближения \mathbf{P}^b эволюционирует в зависимости от метеорологической ситуации, что является преимуществом. К сожалению, построение матрицы \mathbf{P}^b размерности $n \times n$, $n \sim 10^6 - 10^8$ по уравнению (4.7) представляется слишком затратным с вычислительной точки зрения.

4.2.3 Ансамблевые фильтры Калмана

Ансамблевые фильтры Калмана аппроксимируют матрицу \mathbf{P}^b с использованием ансамбля первых приближений $\{\mathbf{x}^{b(i)}, i = \overline{1, k}\}$, где k – размерность ансамбля (обычно от десятка до нескольких сотен, в зависимости от конкретного приложения и доступных вычислительных ресурсов). На шаге анализа вычисляется ансамбль анализов $\{\mathbf{x}^{a(i)}, i = \overline{1, k}\}$. Существует два вида ансамблевых фильтров Калмана: стохастический ансамблевый фильтр Калмана [19] и детерминистические фильтры квадратного корня [40].

Матрица ковариации ошибок первого приближения \mathbf{P}^b , необходимая для расчета \mathbf{K} (4.3), оценивается с использованием статистики ансамбля:

$$\mathbf{P}^b = \frac{1}{k-1} \mathbf{X}^b \mathbf{X}^{bT}. \quad (4.9)$$

Здесь \mathbf{X}^b – матрица отклонений от среднего по ансамблю $\bar{\mathbf{x}}^b = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \mathbf{x}^{b(i)}$, с i -м столбцом:

$$\left(\mathbf{X}^b \right)_i = \mathbf{x}^{b(i)} - \bar{\mathbf{x}}^b. \quad (4.10)$$

Стохастический ансамблевый фильтр Калмана представляет собой метод Монте-Карло, использующий ансамбль искусственно возмущенных наблюдений на шаге анализа для описания неопределенности в наблюдениях. Каждый из членов ансамбля возмущенных наблюдений используется для обновления соответствующего члена ансамбля первых приближений, используя уравнение (4.8).

Стохастическая формулировка ансамблевого фильтра Калмана успешно применяется в оперативном режиме в метеослужбе Канады (Environment Canada) [25], ансамбль первых приближений этого фильтра также используется в гибридном вариационном анализе [15].

Основные варианты ансамблевых фильтров квадратного корня приведены в [40]. В этих подходах, как правило, отдельно оцениваются средняя оценка состояния (используя уравнение (4.8)) и оценки отклонений от среднего по ансамблю анализов.

Матрица отклонений ансамбля анализов \mathbf{X}^a может быть вычислена различными способами, что обуславливает разнообразие фильтров квадратного корня. Известны следующие реализации схем квадратного корня: фильтр Калмана с переходом в пространство ансамбля [10], Ensemble Adjustment Kalman Filter (EAKF) [8], Ансамблевый фильтр квадратного корня [43], локальный фильтр Калмана с переходом в пространство ансамбля (ЛФКПА, англ. LETKF) [28].

Основная проблема ансамблевых фильтров Калмана в том, что матрица ковариаций ошибок первого приближения \mathbf{P}^b оценивается по малой выборке. Влияние ошибок малой выборки [22, 43] приводит к двум проблемам:

- недооценка ковариаций ошибок первого приближения (фактически, переоценка точности краткосрочного прогноза);
- возникновение ложных ковариаций: неоправданно высокая ковариация между отдаленными точками расчетной сетки или физически не связанными переменными.

Систематическая недооценка ковариаций ошибок первого приближения приводит к тому, что наблюдения учитываются в анализе со слишком малым весом. В результате получается анализ, который имеет еще меньшие ковариации ошибок (ковариации ошибок анализа всегда меньше ковариаций ошибок первого приближения по построению (4.4)). После нескольких шагов усвоения недооценка накапливается, и ансамбль вырождается в один прогноз, наблюдения перестают учитываться. Такая ситуация называется расходимостью фильтра.

В большинстве случаев истинные ковариации ошибок первого приближения между отдаленными точками являются низкими. Наличие ложных ковариаций приводит к неверному влиянию отдаленных наблюдений. В работе [22] показано, что использование оценок ковариаций с высокой относительной ошибкой (т. е. использование ненулевой оценки ковариаций там, где истинная ковариация стремится к нулю) может приводить к ухудшению качества краткосрочного прогноза при использовании анализа в шаге прогноза.

Локализация направлена на борьбу с возникновением ложных корреляций. В зависимости от применяемого метода анализа в ансамблевых фильтрах Калмана используются:

- локализация ковариаций ошибок первого приближения и наблюдений (ансамблевые методы, использующие последовательную обработку наблюдений [22, 23, 24]) и
- локализация в пространстве наблюдений (LETKF, [27, 28]).

При локализации в пространстве наблюдений анализ в каждой точке расчетной сетки получается отдельно от остальных точек, с использованием наблюдений, лежащих внутри некоторой области вокруг расчетной точки (области локализации). Данный подход повышает «эффективную размерность» ансамбля, так как анализ в каждой точке модельной сетки задан своей комбинацией элементов ансамбля первых приближений. Метод обосновывается тем, что в локальных областях, где наблюдается быстрый рост возмущений, атмосферу можно рассматривать как систему малой размерности [34].

В [36] и [21] было показано, что оба метода локализации, используемые в ансамблевых фильтрах, дают схожие результаты.

4.2.4 Перспективная ансамблевая система усвоения для модели ПЛАВ

В качестве перспективной схемы усвоения данных наблюдений мы реализовали локальный фильтр Калмана с переходом в пространство ансамбля (LETKF [28]). Особенностью подхода является переход в пространство ансамбля и локализация в пространстве наблюдений. Переход в пространство ансамбля позволяет заметно снизить вычислительные затраты, так как решение задачи производится в пространстве малой (по сравнению с модельным пространством) размерности – $O(10^2)$ против $O(10^7 - 10^9)$.

Ниже приводится описание процедуры вычисления локального ансамбля анализов для каждой точки расчетной сетки. В данном разделе \mathbf{x}^b и \mathbf{x}^a обозначают векторы модельных переменных в данной точке расчетной сетки (локальные); H и \mathbf{y}^o – оператор и вектор наблюдений внутри области локализации соответственно.

Пусть $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}}^b + \mathbf{X}^b \mathbf{w}^b$, где $\mathbf{w}^b \in \mathbb{R}^k$ – линейная комбинация векторов из ансамбля первых приближений. Если \mathbf{w}^b – нормально распределенный случайный вектор с нулевым математическим ожиданием и матрицей ковариаций $\tilde{\mathbf{P}}^b = (k - 1)^{-1} \mathbf{I}$ размерности $k \times k$, где \mathbf{I} – единичная матрица, то вектор \mathbf{x} также имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $\bar{\mathbf{x}}^b$ и матрицей ковариаций \mathbf{P}^b .

Введем аналог линеаризованного оператора наблюдений для элементов ансамбля первых приближений – матрицу \mathbf{Y}^b . Если $\mathbf{y}^{b(i)} = H(\mathbf{x}_g^{b(i)})$ ($\mathbf{x}_g^{b(i)}$ – глобальный вектор из ансамбля первых приближений, определенный во всех точках модели), $\bar{\mathbf{y}}^b = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \mathbf{y}^{b(i)}$, то i -й столбец \mathbf{Y}^b :

$$(\mathbf{Y}^b)_i = \mathbf{y}^{b(i)} - \bar{\mathbf{y}}^b, i = \overline{1, k}.$$

Средний анализ вычисляется по формуле:

$$\bar{\mathbf{x}}^a = \bar{\mathbf{x}}^b + \mathbf{X}^b \bar{\mathbf{w}}^a, \quad (4.11)$$

где $\bar{\mathbf{w}}^a$ – средний анализ в пространстве ансамбля, который может быть рассчитан аналогично (4.2):

$$\bar{\mathbf{w}}^a = \tilde{\mathbf{K}} \left(\mathbf{y}^o - \bar{\mathbf{y}}^b \right).$$

Аналог матрицы \mathbf{K} (4.3) в пространстве ансамбля записывается как

$$\tilde{\mathbf{K}} = \tilde{\mathbf{P}}^a \left(\mathbf{Y}^b \right)^T \left(\mathbf{R}' \right)^{-1}, \quad (4.12)$$

где $\left(\mathbf{R}' \right)^{-1}$ – локализованная матрица ковариаций ошибок наблюдений. Матрица ковариаций ошибок анализа в пространстве ансамбля задается аналогично (4.4):

$$\tilde{\mathbf{P}}^a = \left((k-1) \mathbf{I} + \left(\mathbf{Y}^b \right)^T \left(\mathbf{R}' \right)^{-1} \mathbf{Y}^b \right)^{-1} \quad (4.13)$$

и имеет размерность $k \times k$.

Для расчета ансамбля анализов, помимо среднего анализа, требуется матрица отклонений:

$$\mathbf{X}^a = \mathbf{X}^b \mathbf{W}^a,$$

где $\mathbf{W}^a \in \mathbb{R}^{k \times k}$ – квадратный корень матрицы ковариаций ошибок анализов в пространстве ансамбля $\tilde{\mathbf{P}}^a$:

$$\mathbf{W}^a = \sqrt{k-1} \left(\tilde{\mathbf{P}}^a \right)^{1/2}.$$

Для расчета \mathbf{W}^a и $\tilde{\mathbf{P}}^a$ используется собственное разложение матрицы $\left(\tilde{\mathbf{P}}^a \right)^{-1}$, которая вычисляется по формуле (4.13) при известных \mathbf{Y}^b и \mathbf{R}' .

Ансамбль анализов в каждой точке расчетной сетки выражается как

$$\mathbf{x}^{a(i)} = \bar{\mathbf{x}}^b + \mathbf{X}^b \mathbf{w}^{a(i)},$$

где $\mathbf{w}^{a(i)} = \bar{\mathbf{w}}^a + \left(\mathbf{W}^a \right)_i$, $i = \overline{1, k}$. После чего локальные ансамбли анализов комбинируются для получения глобального ансамбля анализов.

Практическая реализация системы усвоения на основе описанного выше алгоритма представлена в [2, 37, 4, 3]. Приведем основные особенности реализации.

Используемые данные наблюдений

В настоящее время система усвоения предполагает использование следующих видов метеонаблюдений и величин:

- наблюдения на наземных станциях и судовые наблюдения (SYNOP, SHIP): приземное давление, приземная влажность, температура на уровне 2 м, компоненты скорости ветра на уровне 10 м – около 10000 наблюдений в 00, 06, 12 и 18 ч по Всемирному Скоординированному Времени (ВСВ);
- наблюдения радиозондов (TEMP) на 16 стандартных уровнях: температура, влажность и компоненты скорости ветра (около 600–700 радиозондов в 00 и 12 ч ВСВ, около 70–90 радиозондов в 06 и 18 ч ВСВ);
- самолетные наблюдения (AIREP): температура и компоненты скорости ветра (около 4000–11000 наблюдений);
- спутниковые наблюдения ветра (SATOB): компоненты скорости ветра (более 20000 наблюдений);
- спутниковые наблюдения скорости ветра AMV (около 200000–250000 наблюдений);
- спутниковые наблюдения ASCAT скорости ветра над поверхностью моря (400000–700000 наблюдений).

Метод локализации

Перечисленные выше типы наблюдений – локальные (измеренная величина относится к определенной точке пространства). Таким образом, мы можем явно использовать локализацию в пространстве наблюдений. При локализации в пространстве наблюдений используется поэлементное умножение обратной матрицы ковариаций ошибок наблюдений на матрицу локализации в (4.12):

$$(\mathbf{R}')^{-1} = (\mathbf{R})^{-1} \circ \mathbf{L}. \quad (4.14)$$

Если наблюдение не входит в область локализации и не должно учитываться при построении анализа в данной точке модельной сетки, то соответствующий элемент матрицы \mathbf{L} равен нулю. Мы используем функцию Гаспари – Кона [20] для вычисления элементов матрицы \mathbf{L} . Вертикальная локализация осуществляется в координате логарифма давления.

Величина горизонтальных и вертикальных радиусов локализации варьируется в зависимости от измеряемой величины, вида наблюдений, вертикального уровня и географических координат рассматриваемой точки. Радиусы локализации должны быть заданы в некоторых референсных точках, значения радиуса локализации в остальных точках получаются при помощи линейной интерполяции. Такой подход позволяет гибко использовать радиусы локализации в качестве настроечных параметров, подбирая значения, обеспечивающие как можно более точный анализ.

Обоснование выбора радиуса локализации заключается в рассмотрении его как естественной меры пространственной зависимости между физическими величинами. Так, например, в верхних слоях атмосферы используются большие значения радиуса локализации, чем в пограничном слое. Также известно, что для геопотенциала радиус корреляции, как правило, больше, чем для поля ветра; для средних широт больше, чем для тропиков; для более высоких уровней больше, чем для низких — таким образом определяется наш выбор переменных, широты и давления в качестве признаков, влияющих на радиус локализации. Альтернативный подход был предложен в [35], где радиус локализации зависит от количества измерений.

Инфляция матрицы ковариаций ошибок первого приближения

Одной из проблем ансамблевых методов усвоения, связанной с использованием малой выборки, является недооценка ковариаций ошибок первого приближения. Для увеличения ковариаций ошибок первого приближения используют методы инфляции (от англ. inflate) ковариаций ошибок. Различают статистические подходы к инфляции, как правило, применяемые на шаге анализа, и физические подходы, применяемые на шаге прогноза. На шаге анализа возможно использование мультипликативной или аддитивной инфляции ковариаций ошибок анализа. В методе аддитивной инфляции к элементам ансамбля первых приближений добавляется случайный шум. При использовании мультипликативной инфляции матрица ковариации ошибок домножается на множитель, больший единицы.

На шаге прогноза возможно применение различных параметризаций неадиабатических процессов подсеточного масштаба для разных участников ансамбля [26] или различных параметров этих параметризаций. Также в некоторых реализациях применяют схему стохастического обратного перераспределения кинетической энергии (Stochastic Kinetic Energy Backscatter, SKEB) [38], стохастические параметризации процессов подсеточного масштаба [16] (т. н. «стохастическую физику», Stochastically Perturbed Parametrization Tendencies, SPPT) и другие подходы, которые изложены в [32].

В данной реализации системы усвоения используются методы аддитивной и мультипликативной инфляции матрицы ковариаций ошибок первого приближения.

Для реализации аддитивной инфляции на каждом шаге анализа к каждому члену ансамбля добавляется случайный шум, моделируемый в соответствии с подходом SPPT из [32]. Такой подход помогает смоделировать ошибку модели, которая представляет собой стохастический шум с нулевым математическим ожиданием.

Мультипликативная инфляция может трактоваться как применение

понижающего коэффициента к влиянию прошлых наблюдений на текущем шаге анализа. Фактор инфляции определяет масштаб времени, в течение которого наблюдения оказывают значительное влияние на анализ, избегая таким образом переоценки точности первого приближения. Фактически, инфляция матрицы ковариаций ошибок первого приближения локализует анализ во времени. Этот эффект особенно желателен при наличии систематической ошибки модели, потому что в таком случае модель ограничивает распространение ошибок, накопившихся в текущем анализе от прошлых наблюдений. Мультипликативная инфляция реализуется путем домножения матрицы ковариаций ошибки фонового состояния на множитель, больший 1. Множитель мультипликативной инфляции может быть задан как функция вертикального уровня и географической широты. Он может быть разным для разных переменных модели.

Построение матрицы ковариации ошибок наблюдений

Для большинства типов наблюдений считается, что ошибки величин, измеренных в разных точках пространства, не коррелированы (матрица \mathbf{R} – диагональная). Исключения составляют наблюдения скорости ветра по спутниковым снимкам AMV. Корреляция ошибок этого вида наблюдений имеет сложную пространственную структуру ввиду способа обработки исходной информации (фотоснимков) с целью получения значения скорости ветра и высоты, на которой он определен.

Исследование пространственной корреляции ошибок наблюдений AMV проводилось в [12]. Наблюдения AMV сравнивались с наблюдениями радиозондов, корреляционные функции ошибок наблюдений AMV рассчитывались в предположении, что ошибки зондов и AMV не коррелированы. Результаты исследования показали, что наблюдениям AMV, полученным с различных спутников и обработанным различными алгоритмами, свойственна пространственная корреляция на радиусах, достигающих 800 км.

Факт наличия существенных корреляций в ошибках наблюдений обуславливает необходимость учета этих корреляций в схемах усвоения или методов избавления от этих корреляций, которые основаны на прореживании набора наблюдений. При прореживании набора наблюдений и отказе от учета корреляции отбрасывается существенная часть информации о поле ветра, поэтому методы учета описываемых корреляций – предпочтительный путь повышения точности результатов усвоения.

Мы используем метод учета пространственной корреляции ошибок наблюдений AMV путем моделирования недиагональных элементов матрицы ковариаций наблюдений \mathbf{R}' :

$$\mathbf{R}' = D\rho D. \quad (4.15)$$

Здесь D – диагональная матрица, «квадратный корень» из исходной мат-

рицы ковариации ошибок наблюдений, на диагонали которой стоят значения ошибок наблюдений, с учетом умножения на матрицу локализации (уравнение (4.14)):

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \sqrt{\sigma_1^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sqrt{\sigma_{nloc}^2} \end{pmatrix}, \quad (4.16)$$

где $nloc$ – количество попавших в радиус локализации наблюдений. Недиagonalная матрица ρ использует авторегрессионную функцию второго порядка [12], чтобы приближено описать зависимость ковариации между измерениями AMV в разных точках пространства от расстояния между ними r_{ij} :

$$\rho_{ij} = R_0 \left(1 + \frac{r_{ij}}{L} \right) e^{-\frac{r_{ij}}{L}}, \quad i = \overline{1, nloc}, j = \overline{1, nloc}. \quad (4.17)$$

Здесь $R_0 > 0$ – параметр, отвечающий за долю коррелированной части ошибки; $L > 0$ – характерное расстояние затухания корреляции. Параметры R_0 и L варьируются в зависимости от спутника, диапазона, широты и высоты наблюдения.

Учет недиагональных элементов матрицы \mathbf{R}' более точно отражает пространственную структуру ковариаций ошибок наблюдений, но усложняется ее обращение (заметим, что \mathbf{R}' сохраняет свойство диагонального преобладания). Однако благодаря локализации наблюдений размерность матрицы \mathbf{R}' существенно уменьшается по сравнению с глобальной матрицей \mathbf{R} , и потеря вычислительного времени на обращение не представляется недопустимо большой. Результаты численных экспериментов показывают эффективность выбранного метода для полярно-орбитальных спутниковых данных.

4.2.5 Параллельная реализация алгоритма LETKF

Вычисления в фильтре выполняются в режиме гибридного распараллеливания с помощью технологий MPI и OpenMP. Сетка модели делится между MPI-процессами на широтные полосы, что ограничивает возможное количество используемых MPI-процессов количеством узлов сетки по широте. Внутри каждой широтной полосы используется равномерное разбиение расчетной области на долготные части, количество которых определяется количеством заданных нитей OpenMP.

Приведем описание этой схемы. Пусть имеется ансамбль из N_f полей, которые необходимо обработать на N_p MPI-процессах. Каждое поле имеет N_{lev} уровней с N_{lon} узлами по долготе и N_{lat} узлами по широте.

После инициализации на каждом MPI-процессе происходит расчет количества обрабатываемых широт, чтение всех имеющихся на момент ана-

лиза наблюдений. Потом каждый из первых N_f MPI-процессов читает свое поле первого приближения и применяет прямой оператор наблюдений к прочитанному полю первого приближения. Таким образом, по окончании этой части первые N_f MPI-процессов имеют по одному глобальному полю первого приближения $\mathbf{x}_g^b(i)$, глобальные вектора наблюдений \mathbf{y}_g^o и значений первого приближения в точках наблюдений $\mathbf{y}_g^b(i)$. Все остальные MPI-процессы имеют свою копию \mathbf{y}_g^o и ждут получения своих порций обрабатываемых данных.

Далее происходит пересылка широтных полос полей первого приближения и значений первого приближения в точках наблюдений между всеми MPI-процессами. Схема пересылки полей первого приближения представлена на рис. 4.1. По окончании процесса обмена данными каждый из MPI-процессов получает N_f широтных полос первого приближения и N_f векторов значений первого приближения в точках наблюдений. После этого происходит расчет средних величин $\bar{\mathbf{x}}_{ip}^b, \bar{\mathbf{y}}^b$ и матриц $\mathbf{X}_{ip}^b, \mathbf{Y}^b$, где ip – номер MPI-процесса.

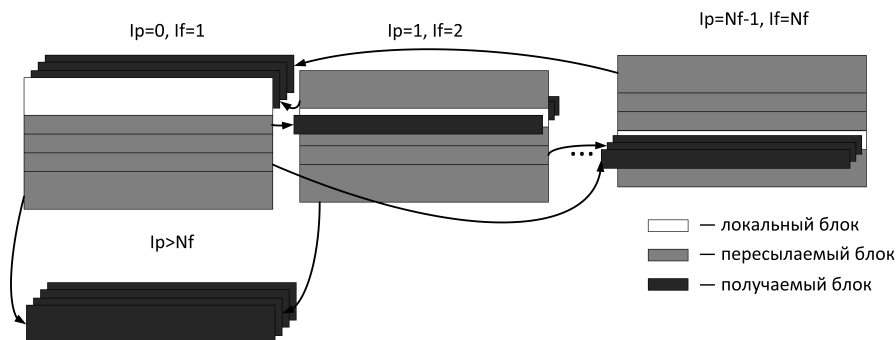


Рис. 4.1: Схема пересылок данных между процессами.

Все MPI-процессы инициализируют в себе заданное количество OpenMP нитей, каждая из которых получает свою часть обрабатываемых долгот и выполняет расчет локального вектора анализа для каждой точки из своей широтно-долготной области. После завершения вычисления анализа OpenMP нити аннулируются, а каждый MPI-процесс имеет ансамбль из N_f широтных полос полей анализа. Происходит обратная пересылка данных, в ходе которой первые N_f MPI-процессов получают по одному глобальному полю анализа. После получения всех широтных полос от соответствующих MPI-процессов происходит добавление аддитивной инфляции к полученному полю, и результат записывается в файл для использования в следующем цикле усвоения для генерации ансамбля первых приближений. Средний анализ, используемый в качестве решения задачи усвоения, записывается в результирующий файл MPI-процессом с номером $ip = 0$. Этот анализ может быть в дальнейшем использован для

получения среднесрочного детерминистического прогноза. Все поля имеют формат, пригодный для использования в модели ПЛАВ.

При использовании только контактных видов наблюдений разбиение расчетной области на равномерные широтные полосы может приводить к существенной разбалансировке параллельного алгоритма, так как в этом случае далеко отстоящие от экватора полосы имеют для обработки существенно меньшее количество наблюдений ввиду неравномерного распределения наблюдений над поверхностью земного шара. Для нейтрализации этого эффекта можно применять разбиение расчетной области на широтные полосы, ширина которых пропорциональна косинусу широты. Такой подход позволяет несколько сбалансировать загрузку процессоров и уменьшить (на 20%) общее время работы параллельной программы, которая при горизонтальном разрешении полей $0,9^\circ \times 0,72^\circ$ (размерности сетки 400×250) показывает хорошее ускорение на количестве MPI-процессов до 100 [2]. В качестве примера на рис. 4.2 показан график параллельного ускорения при запуске программы на суперкомпьютере РСК «Торнадо», установленном в Главном вычислительном центре Росгидромета. Запуски проводились для 40 членов ансамбля с использованием функций одностороннего доступа из стандарта MPI-2.

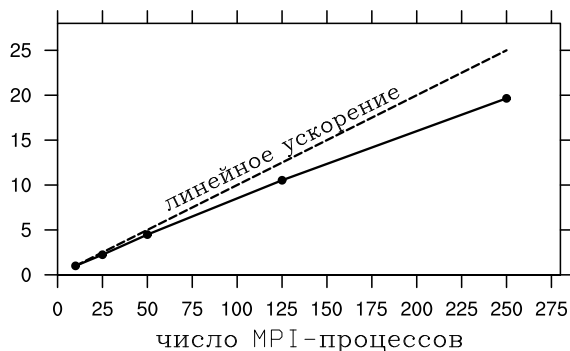


Рис. 4.2: Параллельное ускорение системы усвоения относительно 10 MPI-процессов при 40 членах ансамбля.

4.3 Система ансамблевого прогноза на основе локального ансамблевого фильтра Калмана

В системе ансамблевого прогноза погоды используется версия глобальной полулагранжевой модели атмосферы ПЛАВ с разрешением $0,9 \times 0,72$ градуса по долготе и широте соответственно, 28 уровней по вертикали. Для генерации ансамбля анализов используется система усвоения данных на

основе ЛЕТКФ, которая описана выше.

Система усвоения включает блок усвоения данных для инициализации температуры и влагосодержания почвы с помощью инкрементов анализов приземной температуры и влажности [5]. Для усвоения приземной температуры был реализован алгоритм двумерного вариационного усвоения [1]. Для усвоения приземной относительной влажности применяется алгоритм оптимальной интерполяции.

Эта система позволяет инициализировать при запуске модели ПЛАВ приземную температуру, влажность и почвенные переменные (поверхностную температуру почвы, температуру глубинного слоя, влагосодержание приповерхностного и глубинного слоя). Блок усвоения почвенных характеристик согласован с применяемой в ПЛАВ параметризацией процессов на поверхности суши с учетом растительности ISBA [9, 11, 31] и описан в главе 2.

Система усвоения на основе ЛЕТКФ может работать в цикле автономно, используя лишь первое приближение, полученное моделью ПЛАВ и наблюдения. Схема автономной работы в цикле приведена на рис. 4.3 а. Однако большая часть спутниковых наблюдений, несущих значительный объем информации о состоянии атмосферы, в настоящее время системой усвоения никак не учитывается. Это приводит к повышенной погрешности анализов при автономной работе системы усвоения (особенно в Южном полушарии, где число усваиваемых наблюдений невелико).

Для повышения точности анализа при циклическом усвоении привлечена дополнительная информация – стартовые файлы модели ПЛАВ, подготовленные по данным оперативных анализов Гидрометцентра России [7] и результатам работы собственного блока анализа приземных и почвенных данных [5], описанного в главе 5. Эти анализы используются в качестве среднего анализа вместо анализа, вычисленного фильтром, по формуле (4.11). После чего полученный ансамбль анализов применяется в качестве начальных условий для ансамблевого прогноза погоды на 6 часов. В этой версии системы ансамблевого прогноза усвоение почвенных переменных не запускается, так как используемый стартовый файл уже содержит поля почвенных переменных. Схема работы в цикле для этой версии изображена на рис. 4.3 б.

Таким образом, среднеквадратическая ошибка ансамблевого прогноза определяется оперативным анализом Гидрометцентра России, а разбросы ансамблей – системой усвоения ЛЕТКФ. Это приводит к завышению разбросов в тех областях, где количество усваиваемых наблюдений оперативной системой усвоения существенно выше, чем в системе ЛЕТКФ.

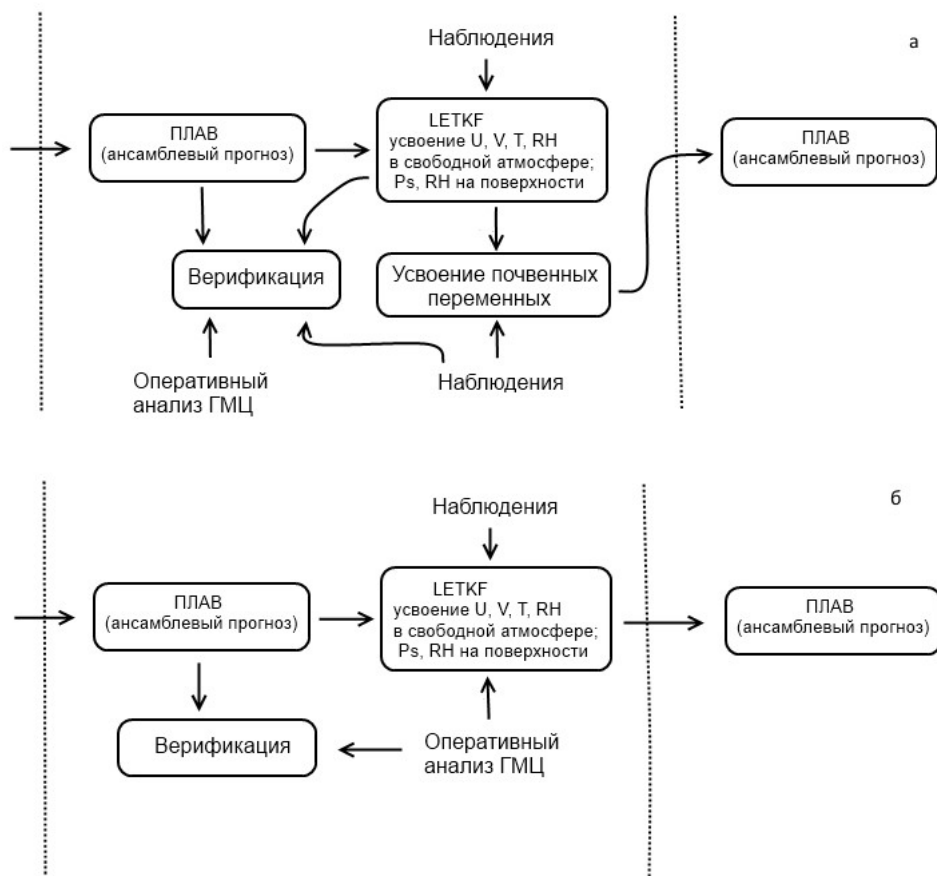


Рис. 4.3: Схема автономной работы в цикле системы усвоения LETKF (а) и работы в цикле с привлечением оперативных анализов Гидрометцентра России (б).

Литература к главе 4

1. Богословский Н.Н., Толстых М.А. Реализация схемы усвоения для почвенных переменных в глобальной полулагранжевой модели прогноза погоды // Вычислительные технологии. — 2006. — Т. 11. Спец. выпуск. — С. 20—25.
2. Мизяк В.Г., Шляева А.В., Толстых М.А. Параллельная реализация локального ансамблевого фильтра Калмана для усвоения атмосферных данных // Инженерный журнал: наука и инновации. — 2013. — № 6.
3. Мизяк В.Г., Шляева А.В., Толстых М.А. Использование данных спутниковых наблюдений ветра AMV в системе ансамблевого усвоения данных // Метеорология и гидрология. — 2016. — № 6. — С. 87—99.

4. *Розутов В.С., Толстых М.А.* Усвоение и коррекция данных радиозондовых наблюдений за влажностью в системе усвоения данных на основе локального ансамблевого фильтра Калмана // *Метеорология и гидрология.* — 2015. — № 4. — С. 32–45.
5. *Толстых М.А., Богословский Н.Н., Шляева А.В., Мизяк В.Г.* Оперативная технология расчета глобальных прогнозов с помощью полулагранжевой модели атмосферы ПЛАВ // *Труды Гидрометцентра России.* — 2011. — Вып. 346. — С. 170–180.
6. *Толстых М.А.* [и др.]. Разработка многомасштабной версии глобальной модели атмосферы ПЛАВ // *Метеорология и гидрология.* — 2015. — № 6. — С. 25–35.
7. *Цырульников М.Д., Свиренко П.И., Горин В.Е., Горбунов М.Е., Ордин А.Л., Багров А.Н.* Новая технология объективного анализа на основе схемы 3d-VAR // *Результаты испытания новых и усовершенствованных технологий, моделей и методов гидрометеорологических прогнозов.* — 2012. — № 39. — С. 7–14.
8. *Anderson J.L.* An ensemble adjustment Kalman filter for data assimilation // *Mon. Wea. Rev.* — 2001. — V. 129. — P. 2884–2903.
9. *Bazile E., Houti M., Bogatchev A., Spiridonov V.* Improvement of the snow parameterization in ARPEGE/ALADIN // *Proceedings of SRNWP. HIRLAM Workshop on Surface Processes, Turbulence and Mountain Effects, Madrid, 22-24 October 2001.* — 2002. — P. 14–19.
10. *Bishop C.H., Etherton B.J., Majumdar S.J.* Adaptive sampling with the ensemble transform Kalman filter. Part I: Theoretical aspects // *Mon. Wea. Rev.* — 2001. — V. 129. — P. 420–436.
11. *Boone A., Masson V., Meyers T., Noilhan J.* The influence of the inclusion of soil freezing on simulations by a soil–vegetation–atmosphere transfer scheme // *J. Appl. Meteor.* — 2000. — V. 39. — P. 1544–1569.
12. *Bormann N., Saarinen S., Kelly G., Thépaut J.-N.* The spatial structure of observation errors in atmospheric motion vectors from geostationary satellite data // *Mon. Wea. Rev.* — 2003. — V. 131. — P. 706–718.
13. *Bourke W., Buizza R., Naughton M.* Performance of the ECMWF and the BoM ensemble systems in the Southern hemisphere // *ECMWF Technical Memorandum.* — 2004. — N. 440.
14. *Bowler N., Arribas A., Mylne K., Robertson K., S. Beare.* The MOGREPS short-range ensemble prediction system // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2008. — V. 134. — P. 703–722.
15. *Buehner M., Houtekamer P.L., Charette C., Mitchell H.L., He B.* Intercomparison of variational data assimilation and the ensemble Kalman filter for global deterministic NWP. Part II: One-month experiments with real observations // *Mon. Wea. Rev.* — 2010. — V. 138. — P. 1550–1566.
16. *Buizza R., Miller M., Palmer T.N.* Stochastic representation of model uncertainties in the ECMWF Ensemble Prediction System // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 1999. — V. 125, issue 560. — P. 2887–2908.

17. *Charron M., Pellerin G., Spacek L., Houtekamer P., Gagnon N., Mitchell H., Michelin L.* Toward random sampling of model error in the Canadian Ensemble Prediction System // *Mon. Wea. Rev.* — 2010. — V. 138. — P. 1877–1901.
18. *Cloke H.L., Pappenberger F.* Operational flood forecasting: a review of ensemble techniques // *ECMWF Technical Memorandum.* — 2008. — N. 574.
19. *Evensen G.* The Ensemble Kalman Filter: theoretical formulation and practical implementation // *Ocean Dynamics.* — 2003. — V. 53, N. 4. — P. 343–367.
20. *Gaspari G., Cohn S.E.* Construction of correlation functions in two and three dimensions // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 1999. — V. 125, issue 554. — P. 723–757.
21. *Greybush S.J., Kalnay E., Miyoshi T., Ide K., Hunt B.R.* Balance and ensemble Kalman filter localization techniques // *Mon. Wea. Rev.* — 2011. — V. 139. — P. 511–522.
22. *Hamill T.M., Whitaker J.S., Snyder C.* Distance-dependent filtering of background error covariance estimates in an ensemble Kalman filter // *Mon. Wea. Rev.* — 2001. — V. 129. — P. 2776–2790.
23. *Houtekamer P.L., Mitchell H.L.* Data assimilation using an ensemble Kalman filter technique // *Mon. Wea. Rev.* — 1998. — V. 126. — P. 796–811.
24. *Houtekamer P.L., Mitchell H.L.* A sequential ensemble Kalman filter for atmospheric data assimilation // *Mon. Wea. Rev.* — 2001. — V. 129. — P. 123–137.
25. *Houtekamer P.L., Mitchell H.L.* Ensemble Kalman filtering // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2005. — V. 131, issue 613. — P. 3269–3289.
26. *Houtekamer P.L., Mitchell H.L., Deng X.* Model error representation in an operational ensemble Kalman filter // *Mon. Wea. Rev.* — 2009. — V. 137. — P. 2126–2143.
27. *Hunt B.R., Kalnay E., Kostelich E.J., Ott E., Patil D.J., Sauer T., Szunyogh I., Yorke J.A., Zimin A.V., Corazza M.* A local ensemble Kalman filter for atmospheric data assimilation // *Tellus A.* — 2004. — V. 56. — P. 273–277.
28. *Hunt B.R., Kostelich E.J., Szunyogh I.* Efficient data assimilation for spatiotemporal chaos: A local ensemble transform Kalman filter // *Physica D: Nonlinear Phenomena.* — 2007. — V. 230, N. 1/2. — P. 112–126.
29. *Ma J., Zhu Y., Hou D., Zhou X, Peña M.* Ensemble transform with 3D rescaling initialization method // *Mon. Wea. Rev.* — 2014. — V. 142. — P. 4053–4073.
30. *Miyoshi T., Sato Y., Kadowaki T.* Ensemble Kalman filter and 4D-Var intercomparison with the Japanese operational global analysis and prediction system // *Mon. Wea. Rev.* — 2010. — V. 138. — P. 2846–2866.
31. *Noilhan J., Planton S.* A simple parameterization of land surface processes for meteorological models // *Mon. Wea. Rev.* — 1989. — V. 117. — P. 536–549.
32. *Palmer T.N., Buizza R., Doblas-Reyes F., Jung T., Leutbecher M., Shutts G.J., Steinheimer M., Weisheimer A.* Stochastic parametrization and model uncertainty. — *ECMWF Technical Memorandum No. 598, Reading (UK), 2009.* — 42 P.

33. *Palmer T.N., Molteni F., Mureau R., Chapelet P., Tribbia J.* Ensemble predictions // ECMWF Technical Memorandum. — 1992. — N. 188.
34. *Patil D., Hunt B.R., Kalnay E., Yorke J.A., Ott E.* Local low dimensionality of atmospheric dynamics // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — V. 86, N. 26. — P. 5878–5881.
35. *Perianez A., Reich H., Potthast R.* Adaptive localization for ensemble methods in data assimilation // International Conference on Ensemble Methods in Geophysical Sciences. — 2012.
36. *Sakov P., Bertino L.* Relation between two common localisation methods for the EnKF // *Comput. Geosci.* — 2010. — V. 15, N. 2. — P. 225–237.
37. *Shlyayeva A., Tolstykh M., Mizyak V., Rogutov V.* Local ensemble transform Kalman filter data assimilation system for the global semi-Lagrangian atmospheric model // *Russ. J. Num. An. Math. Mod.* — 2013. — V. 28, N. 4. — P. 419–441.
38. *Shutts G.* A kinetic energy backscatter algorithm for use in ensemble prediction systems // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2005. — V. 131. — P. 3079–3102.
39. *Szunyogh I., Kostelich E.J., Gyarmati G., Kalnay E., Hunt B.R., Ott E., Satterfield E., Yorke J.A.* A local ensemble transform Kalman filter data assimilation system for the NCEP global model // *Tellus A.* — 2007. — V. 60A. — P. 113–130.
40. *Tippett M.K., Anderson J.L., Bishop C.H., Hamill T.M., Whitaker J.S.* Ensemble square root filters // *Mon. Wea. Rev.* — 2003. — V. 131. — P. 1485–1490.
41. *Toth Z., Kalnay E.* Ensemble forecasting at NMC: The generation of perturbations // *Bull. Am. Meteor. Soc.* — 1993. — V. 74. — P. 2318–2330.
42. *Toth Z., Kalnay E.* Ensemble forecasting at NCEP and the breeding method // *Mon. Wea. Rev.* — 1997. — V. 125. — P. 3297–3319.
43. *Whitaker J.S., Hamill T.M.* Ensemble data assimilation without perturbed observations // *Mon. Wea. Rev.* — 2002. — V. 130. — P. 1913–1924.
44. *Zhang Z., Krihsnamurti T.N.* Perturbation method for hurricane ensemble predictions // *Mon. Wea. Rev.* — 1999. — V. 127. — P. 447–469.

Глава 5

Оперативная технология подготовки начальных данных

Толстых М.А., Шляева А.В., Мизяк В.Г., Богословский Н.Н., Мажнорылова С.В.

5.1 Общее описание

Оперативная технология расчета глобальных среднесрочных прогнозов по модели ПЛАВ включает в себя следующие программные единицы:

1. Блок подготовки начальных данных для модели (далее БПД).
2. Параллельный программный комплекс модели ПЛАВ с интегрированным постпроцессингом.
3. Средства записи прогностической продукции из выходных файлов модели в базы данных системы АСООИ.
4. Программа расчета оценок прогнозов.
5. Сценарии (скрипты) управления сеансами на `bash`, запускаемые по `cron`.

Схематически оперативная технология представлена на рис. 5.1. Объемные анализы (ОА) в свободной атмосфере на основе метода трехмерного вариационного усвоения [6] рассчитываются на основе внешнего первого приближения. Для обеспечения надежности, диктуемой оперативным применением модели, модель ПЛАВ каждые 6 часов рассчитывает и сохраняет состояние атмосферы на модельных уровнях с заблаговременностями 6, 12 и 18 часов. В штатном режиме используется только файл для заблаговременности +6 часов. В случае пропуска одного сеанса из-за сбоя вычислительной техники, в следующий работающий сеанс автоматически поступает сохраненное состояние с заблаговременностью +12 часов

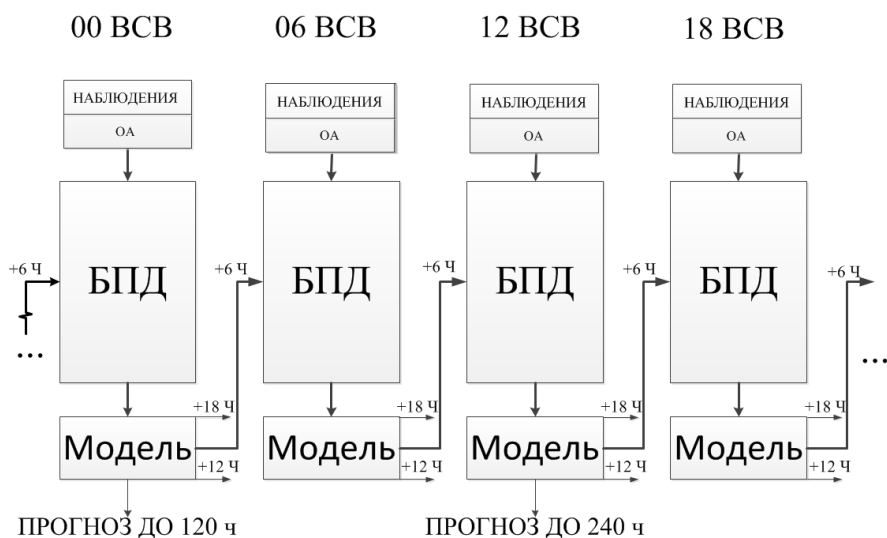


Рис. 5.1: Блок-схема оперативной технологии расчета прогнозов по модели ПЛАВ. БПД – блок подготовки начальных данных.

из предыдущего отработавшего сеанса. Если из-за сбоя был пропущен не один, а два сеанса, то используется состояние +18 часов из соответствующего сеанса.

Блок подготовки данных модели подобно описан в следующем разделе.

5.1.1 Блок подготовки данных

Блок подготовки данных (БПД) схематически представлен на рис. 5.2. В начале его работы происходит считывание климатических полей на поверхности из архива, содержащего постоянные поля (например, орография) и среднемесячные значения меняющихся полей (например, лиственный индекс). Архив содержит климатические данные физиографических характеристик поверхности суши (орография, маска «суша-море», длина шероховатости, альbedo, излучательная способность, процент песка и глины, глубина деятельного слоя почвы, преобладающий тип растительности, альbedo, индекс лиственной активности, минимальное устьичное сопротивление), интерполированные на сетку модели по долготе и широте. Для получения текущих значений меняющихся во времени климатических полей выполняется линейная интерполяция на данный день года. Это обеспечивает гладкое изменение полей, имеющих сезонный ход.

Для подготовки начальных данных в блоке подготовки данных применяются:

- квазиусвоение для полей температуры и ветра в свободной атмосфере, а также приземного давления;



Рис. 5.2: Схема блока подготовки начальных данных для модели ПЛАВ.

- объективные анализы (ОА) температуры поверхности океана и высоты снежного покрова (применяются ежедневно в срок 06 часов ВСВ);
- объективные анализы температуры и влажности на уровне 2 м собственной разработки;
- схема коррекции полей температуры и влагосодержания поверхностного и глубинного слоев почвы.

Обновление полей температуры поверхности океана (ТПО), водного эквивалента снежного покрова и концентрации морского льда производится с помощью билинейной интерполяции с учетом масок «суша-море» объективных анализов на сетке 0,25 градуса по долготе и широте, имеющих в базах данных (БД) системы АСООИ Гидрометцентра России.

Затем в БПД производится считывание оперативных объективных анализов [6] температуры, ветра, относительной влажности на стандартных изобарических поверхностях и давления на уровне моря из БД F381. Эти анализы затем интерполируются по горизонтали с сетки $0,5^\circ \times 0,5^\circ$ на сетку модели. Для всех полей, кроме относительной влажности, применяется специальная горизонтальная интерполяция, в которой по долготе осуществляется интерполяция в пространстве коэффициентов Фурье. Для относительной влажности используется билинейная интерполяция. После этого вычисляются инкременты температуры, ветра, относительной влажности на изобарических поверхностях и инкремент давления на уровне моря. Полученные инкременты интерполируются по вертикали на модельные уровни. Для температуры и относительной влажности применяется линейная интерполяция по вертикали.

Полученные поля на модельной трехмерной сетке записываются в стартовый файл модели. Кроме того, блок подготовки данных выполняет интерполяцию стартовых полей модели на стандартные изобарические поверхности и записывает их в базы данных Гидрометцентра России.

5.1.2 Инициализация начальных данных на основе цифрового фильтра

Начальные данные для различных прогностических переменных, полученные в результате объективного анализа, не сбалансированы, что приводит к генерации гравитационных волн. Эти волны особенно заметны в первые часы интегрирования. Так как первым приближением для последующего анализа в системе усвоения данных служит прогноз по модели на 6 часов, необходимы меры по подавлению таких паразитных волн.

Существуют два подхода к инициализации – инициализация по нелинейным нормальным вертикальным модам и цифровая фильтрация временных рядов прогностических переменных модели. Реализация инициализации по нормальным модам в конечно-разностной модели затруднена, поэтому применяется инициализация на основе цифрового фильтра [11].

Для фильтрации некоторой непрерывной по времени функции $f(t)$, заданной на некотором отрезке времени, можно вычислить ее преобразование Фурье $F(\omega)$, обнулить коэффициенты Фурье, соответствующие высоким частотам, путем умножения $F(\omega)$ на функцию $H(\omega)$ с частотой обрезания ω_c , где

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{если } \omega \leq \omega_c \\ 0 & \text{если } \omega > \omega_c \end{cases},$$

а затем выполнить обратное преобразование Фурье. По теореме о свертке, процедура фильтрации эквивалентна свертке $f(t)$ с $h(t) = \sin(\omega_c t)/\pi t$, которая является обратным преобразованием Фурье от $H(\omega)$. Фактически фильтрация непрерывной функции $f(t)$ сводится к вычислению интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)f(t - \tau)d\tau. \quad (5.1)$$

Теперь рассмотрим дискретный по времени случай, когда функция f известна только в дискретные моменты времени $f_{-k}, f_{-k+1}, \dots, f_0, f_1, \dots, f_k$. В частности, f_m может представлять собой значения некоторой модельной переменной, например температуры, на m -м шаге по времени в определенной точке пространственной сетки модели. Самый короткий период, который может быть представлен при шаге по времени Δt , – это $\tau_N = 2\Delta t$, что соответствует так называемой частоте Найквиста $\omega_n = \pi/\Delta t$. Последовательность $\{f_n\}$ можно рассматривать как коэффициенты Фурье по времени некоторой функции $F(\theta)$:

$$F(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f_n e^{-in\theta},$$

где $\theta = \omega\Delta t$ – так называемая цифровая частота, а $F(\theta)$ – периодична, т. е. $F(\theta + 2\pi) = F(\theta)$. Аналогично непрерывному случаю, мы можем удалить высокочастотные компоненты из последовательности $\{f_n\}$ путем умножения $F(\theta)$ на $H(\theta)$ такую, что

$$H(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{если } |\theta| \leq |\theta_c| \\ 0 & \text{если } |\theta| > |\theta_c| \end{cases} \quad (5.2)$$

Здесь предполагается, что $\theta_c = \omega_c\Delta t$ принадлежит диапазону Найквиста $(-\pi, \pi)$, а $H(\theta)$ имеет период 2π .

Тогда функцию $H(\theta)$ можно разложить в виде

$$H(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_n e^{-in\theta},$$

$$h_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(\theta) e^{in\theta} d\theta. \quad (5.3)$$

Значения коэффициентов получаются из (5.2) и (5.3) в виде

$$h_n = \frac{\sin n\theta_c}{n\pi}. \quad (5.4)$$

Обозначим $\{f_n^*\}$ последовательность значений $\{f_n\}$, из которой удалены высокочастотные компоненты с частотой выше θ_c , тогда

$$H(\theta) \cdot F(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f_n^* e^{-in\theta}.$$

По теореме о свертке для рядов Фурье, $H(\theta) \cdot F(\theta)$ – преобразование свертки $\{h_n\}$ с $\{f_n\}$

$$f_n^* = (h * f)_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k f_{n-k}.$$

Это уравнение является дискретным аналогом уравнения (5.1). С практической точки зрения мы можем вычислить лишь усеченный ряд с некоторым конечным значением k . Таким образом,

$$f_n^* = \sum_{k=-N}^N h_k f_{n-k}.$$

С другой стороны, хорошо известно, что усечение ряда Фурье приводит к ложным колебаниям, к эффекту Гиббса. Этот эффект можно минимизировать, если домножить h_n , определенную в (5.4), на так называемую функцию окна. В литературе рассматривались различные функции окна, например окно Ланцоша. В модели, следуя работе [10], в качестве функции окна применяются полиномы Чебышева.

Процедуру цифровой фильтрации, применяемую в модели, можно записать в виде

$$\vec{x}^* = \sum_{k=0}^M w_k \vec{x}^k,$$

где $\vec{x} = (\zeta, u, v, T, \ln p_s)^T$ – вектор состояния системы на k -м шаге по времени без удельной влажности; \vec{x}^* – фильтрованное значение; w_k – весовые коэффициенты, определяемые функцией окна. Мы видим, что фильтрованное значение получается в момент времени $M/2$ шагов по времени.

Модель с включенными параметризациями интегрируется на 6 часов ($= M\Delta t_{ini}$), с суммированием с весами значений прогностических переменных на каждом шаге по времени. В результате суммирования с весами временного ряда в каждой точке сетки получают отфильтрованные значения в момент 3 часа с начала прогноза. Затем модель продолжает интегрирование с этого момента времени. Аналогичная методология применяется и в инициализации оперативной модели метеослужбы Канады. Удельная влажность воздуха не подвергается фильтрации.

В модели M соответствует 2*NSTDFI – задается в разделе NAMDFI файла namelist, а Δt_{ini} – DTDFIF из модуля MODDYN (moddyn.f90), которое задается NAMDYN. Период обрезания фильтра в секундах задается через TAUS в разделе NAMDFI файла namelist.

В перспективе планируется реализовать инкрементную инициализацию. В этом случае фильтрации подвергаются не сами прогностические переменные, а их приращения (инкременты), полученные в ходе объективного анализа.

5.2 Подготовка начальных данных о приземной температуре и влажности

В модели атмосферы ПЛАВ в оперативном режиме пока применяется параметризация физических процессов подсеточного масштаба на поверхности суши с учетом растительности ISBA [14, 13], кратко описанная в главе 2. Эта параметризация весьма чувствительна к заданию начальных значений для температуры и влагосодержания почвы, поэтому впервые в России была реализована схема усвоения для этих переменных. В данной схеме, ввиду отсутствия оперативных наблюдений для параметров почвы, для коррекции значений почвенных переменных в каждой точке сетки используются инкременты анализа температуры (T_{2m}) и влажности (RH_{2m}) на высоте 2 метра. Реализованная схема коррекции почвенных переменных [1], предложенная Д. Жиар и Э. Базилем [9], инициализирует следующие переменные: поверхностную температуру почвы (T_s), температуру глубинного слоя почвы (T_p), влагосодержание приповерхностного (ω_s) и глубинного слоя почвы (ω_p).

Метод коррекции температуры почвы основан на вычислении инкремента анализа температуры на высоте 2 метра в каждой точке сетки:

$$\Delta T_s = \Delta T_{2m}; \quad \Delta T_p = \Delta T_{2m}/2\pi, \quad (5.5)$$

где Δ обозначает инкремент, т. е. разность значений анализа и значений первого приближения (6-часовой прогноз, стартовавший 6 часов назад).

Коррекция влагосодержания поверхностного слоя почвы ω_s и основного слоя почвы ω_p вычисляется из разности поля первого приближения и

поля анализа для приземных переменных посредством оптимальной интерполяции с помощью следующих соотношений

$$\begin{aligned}\Delta\omega_s &= \alpha_s^T \Delta T_{2m} + \alpha_s^H \Delta RH_{2m}, \\ \Delta\omega_p &= \alpha_p^T \Delta T_{2m} + \alpha_p^H \Delta RH_{2m},\end{aligned}\tag{5.6}$$

где α_s^T , α_s^H , α_p^T , α_p^H – оптимальные коэффициенты, минимизирующие среднеквадратические ошибки температуры и относительной влажности на уровне 2 метра, которые зависят от структуры почвы, локального солнечного времени и характеристик подстилающей поверхности.

5.3 Объективный анализ приземных температуры и относительной влажности

В качестве входной информации для объективных анализов приземных температуры и относительной влажности используются станционные данные SYNOP и SHIP: температура точки росы и температура (для каждой станции по ним определяется относительная влажность, которая и используется для анализа влажности на высоте 2 метра), содержащиеся в базе данных SHOT системы АСООИ, и поле первого приближения, являющееся 6-часовым прогнозом модели ПЛАВ, стартующим с предыдущего цикла анализа.

Алгоритм разработанного объективного анализа относительной влажности основан на схеме оптимальной интерполяции.

По сравнению с применявшимся когда-то для модели ПЛАВ анализом СУД-ИОИ [7], используется большее количество наблюдений в каждом узле сетки (число станций ограничено пятьюдесятью, а не восемью). Для близко расположенных станций в реализованном алгоритме анализа генерируется так называемое «супернаблюдение», являющееся средним арифметическим наблюдений, находящихся друг от друга на расстоянии меньше заданного. Еще одним отличием анализа от анализа СУД-ИОИ является использование наблюдений на суше (море) для анализа только в точках сетки, которые расположены над сушей (морем).

В рассматриваемом методе ковариационная матрица ошибок содержит зависимость не только от расстояния по горизонтали, но и от разности высот. Функция корреляции имеет следующий вид:

$$\mu_{ij} = \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{r_{ij}}{R}\right)^2 + \left(\frac{z_{ij}}{Z}\right)^2\right]\right),\tag{5.7}$$

где r_{ij} – расстояние между точками i и j ; z_{ij} – разность высот между точками i и j ; R – коэффициент, задающий радиус корреляции; Z – максимальная разность высот коррелирующих между собой точек.

В реализованном анализе возможно задание различных радиусов корреляции для разных широт, а также различных радиусов корреляции для океана и суши. Радиусы корреляции задаются отдельно для «широтных полос» на суше и для океана. Были установлены большие значения радиусов корреляции для Южного полушария и для океана, а также для арктической части Северного полушария (так как в этих регионах меньше наблюдений). Радиусы корреляции для этих регионов равны 350–400 км, для части Северного полушария – 280–300 км. Радиус влияния для всех регионов равен 800 км. Радиус минимального расстояния между наблюдениями (для генерации супернаблюдений) установлен равным 30 км.

Результаты проверки показывают, что разработанный анализ имеет в 2–14 раз меньшую среднюю ошибку, а также в 1,5–2 раза меньшую среднеквадратическую ошибку относительной влажности по сравнению с анализом СУД ИОИ [5].

Для модели ПЛАВ ранее был также разработан и впервые в России реализован двумерный вариационный алгоритм усвоения для приземной температуры. Подробно этот алгоритм представлен в [2]. Однако он требует заметных вычислительных ресурсов и потому не реализован для современной оперативной версии модели.

Разработка объективных анализов приземных температуры и влажности позволила запустить схему усвоения почвенных переменных, описанную в предыдущем разделе, согласованную с применяемой в модели ПЛАВ параметризацией ISBA [13, 14]. Совместное использование объективных анализов собственной разработки, параметризации ISBA и схемы коррекции для почвенных переменных позволило существенно улучшить прогноз температуры и относительной влажности на уровне 2 метра в модели ПЛАВ.

5.4 Анализ влагосодержания глубокого слоя почвы методом упрощенного расширенного фильтра Калмана

Для анализа влагосодержания глубинного слоя почвы в применяемой оперативно параметризации ISBA также разработана реализация упрощенного расширенного фильтра Калмана (Simplified Extended Kalman Filter – SEKF) [3]. Предполагается в дальнейшем реализовать этот алгоритм для модели многослойной почвы ИВМ РАН. Анализ влагосодержания поверхностного слоя почвы, а также температур обоих слоев почвы производится методом оптимальной интерполяции [1, 2, 15], описанном в разделе 5.2.

Метод SEKF был разработан в первую очередь для усвоения данных приземных наблюдений (температуры T и относительной влажности RH воздуха на высоте 2 метра), которые не являются прогностическими переменными ни в модели ISBA, ни в других моделях поверхности и рас-

тельности [8, 12]. Для установления связи между значениями данных наблюдений и прогностическими переменными в методе SEKF используется линейный оператор \mathbf{H} , который переносит последние в пространство измерений. Прогностический вектор w_t^b и вектор анализа w_{t-1}^a влажности глубокого слоя почвы вычисляются согласно уравнениям:

$$w_t^b = M_{t-1} [w_{t-1}^a], \quad (5.8)$$

$$w_{t-1}^a = w_{t-1}^b + K_{t-1} [y_{t-1}^o - H(w_{t-1}^b)], \quad (5.9)$$

$$K_{t-1} = \mathbf{B}\mathbf{H}^T (\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}, \quad (5.10)$$

где M_{t-1} – нелинейные уравнения состояния прогностической модели (например, ISBA);

w_{t-1}^b – вектор фоновое состояние влагосодержания глубокого слоя почвы в момент времени $t - 1$;

y_{t-1}^o – вектор наблюдений в момент времени $t - 1$;

K_{t-1} – матрица Калмана в момент времени $t - 1$;

\mathbf{B} – ковариационная матрица фоновых ошибок;

\mathbf{R} – ковариационная матрица ошибок наблюдений;

H – нелинейный оператор наблюдений;

\mathbf{H} – линейный оператор наблюдений (линеаризация H).

Матрицы \mathbf{B} и \mathbf{R} приняты статическими:

$$\mathbf{B} = (\sigma_{w_b}^2), \quad (5.11)$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \sigma_{T_{2M}}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{RH_{2M}}^2 \end{pmatrix}. \quad (5.12)$$

На диагонали \mathbf{R} располагаются дисперсии ошибок, \mathbf{B} в данном случае состоит из одного элемента [9].

Вычисление линеаризованного модельного оператора наблюдений \mathbf{H} с помощью метода конечных разностей предполагает линейный отклик процессов испарения с поверхности почвы на небольшие изменения ее влагосодержания.

Использование якобиана \mathbf{H} позволяет работать с динамическими коэффициентами, которые зависят от условий в каждом узле сетки, и приводит к относительно простой интеграции данных дополнительных типов наблюдений в SEKF (например, к включению в анализ данных спутниковых наблюдений).

Общая схема подготовки анализа поля влагосодержания глубокого слоя w с применением SEKF в глобальной модели ПЛАВ может быть описана следующим образом. Небольшие возмущения δw добавляются к вектору

состояния влагосодержания глубокого слоя почвы w_{t-2}^b в момент времени $t - 2$ и отнимаются от него же, в результате чего получаются поля $w_{t-2}^b + \delta w$ и $w_{t-2}^b - \delta w$. От двух возмущенных и одного невозмущенного полей состояния влагосодержания глубокого слоя почвы в момент времени $t - 2$ производится прогноз приземных характеристик на момент времени $t - 1$, после чего определяется их чувствительность к изменениям влагосодержания почвы, которую характеризуют Якобианы \mathbf{H}^+ и \mathbf{H}^- . Обозначив прогностическое поле приземной температуры воздуха, полученное при положительных возмущениях – T_{2M}^1 , при отрицательных – T_{2M}^2 , при их отсутствии – T_{2M} , а поля относительной влажности воздуха на высоте 2 м, соответственно, RH_{2M}^1 , RH_{2M}^2 , RH_{2M} , получим:

$$\mathbf{H}^+ = \left(\begin{array}{c} \frac{T_{2M}^1 - T_{2M}}{\delta w} \\ \frac{RH_{2M}^1 - RH_{2M}}{\delta w} \end{array} \right), \quad (5.13)$$

$$\mathbf{H}^- = \left(\begin{array}{c} \frac{T_{2M}^2 - T_{2M}}{-\delta w} \\ \frac{RH_{2M}^2 - RH_{2M}}{-\delta w} \end{array} \right). \quad (5.14)$$

Заметим, что величина возмущения δw должна быть достаточно мала, чтобы точно аппроксимировать производную, но не слишком, чтобы избежать ошибок округления. Итоговый Якобиан будет равен:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{H}^+ + \mathbf{H}^-}{2}. \quad (5.15)$$

Затем фоновые модельные значения проецируются в пространство наблюдений (5.10). Разность этих величин посредством применения матрицы Калмана переносится обратно на сетку модели (5.9). Полученный вектор инкрементов $\mathbf{K}_{t-1} [\mathbf{y}_{t-1}^o - \mathbf{H} (w_{t-1}^b)]$ вместе со значениями фонового поля влагосодержания w_{t-1}^b составляют вектор анализа w_{t-1}^a (5.9). Применив к нему уравнения модели M_{t-1} , получим поле первого приближения для следующего анализа w_t^b (5.8).

5.5 Система верификации прогнозов

Для принятия решения об успешности модельных прогнозов погоды необходимо иметь инструмент, позволяющий получить численные оценки ошибок прогнозов. Комиссия по общим системам Всемирной метеорологической организации (CBS/WMO) определила перечень стандартных процедур [4], с помощью которых производится расчет таких оценок. Эти оценки рассчитываются всеми ведущими прогностическими центрами. Ежемесячно происходит обмен информацией об ошибках прогнозов. Эта информация доступна на сайте Ведущего центра по верификации детерми-

нированных численных прогнозов (Lead Centre for Deterministic Forecast Verification, LCDNV [16]).

Система верификации прогнозов модели ПЛАВ была разработана с учетом требований указанных стандартов. Оценки ошибок рассчитываются на основе сравнения прогнозов с данными оперативного анализа, который применяется в качестве начальных данных при расчете прогнозов, и с данными наблюдений радиозондов из списка, утвержденного CBS/ВМО. По состоянию на июнь 2017 года для верификации прогнозов используются прогностические поля оперативной модели ПЛАВ20, стартовавшей в сроки 00 и 12 часов ВСВ. По данным оперативного анализа Гидрометцентра России верифицируются следующие поля:

- давление на уровне моря;
- высота стандартных изобарических поверхностей 850, 500, 250 гПа;
- температура на стандартных уровнях 850, 500, 250 гПа;
- ветер (зональная и меридиональная составляющие) на стандартных уровнях 850, 500, 250 гПа.

При верификации, согласно требованиям, прогностические поля и поля оперативного анализа переинтерполируются на сетку $1,5^\circ \times 1,5^\circ$. Перевод прогностических полей на сетку меньшего разрешения производится с помощью метода интерполяции с весами, пропорциональными площади ячейки сетки.

Верификация по данным наблюдений проводится для указанных выше полей, за исключением давления на уровне моря.

Все рассчитанные оценки осредняются по следующим регионам:

- внетропическая часть Северного полушария ($20^\circ - 90^\circ$ с. ш.);
- внетропическая часть Южного полушария ($20^\circ - 90^\circ$ ю. ш.);
- тропики (20° ю. ш. – 90° с. ш.);
- Азия ($25^\circ - 65^\circ$ с. ш., $60^\circ - 145^\circ$ в. д.);
- приполярная часть Северного полушария ($60^\circ - 90^\circ$ с. ш.);
- приполярная часть Южного полушария ($60^\circ - 90^\circ$ ю. ш.).

Для оценки успешности рассчитываются следующие показатели [4]:

- среднеквадратическая векторная оценка для ветра (как для верификации по оперативным анализам, так и для верификации по данным наблюдений)

$$rmsv = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i (\mathbf{V}_f - \mathbf{V}_v)_i^2};$$

- средняя абсолютная ошибка для всех полей (как для верификации по оперативным анализам, так и для верификации по данным наблюдений)

$$MAE = \sum_{i=1}^n w_i |x_f - x_v|_i;$$

- средняя ошибка для всех полей (как для верификации по оперативным анализам, так и для верификации по данным наблюдений)

$$M = \sum_{i=1}^n w_i (x_f - x_v)_i;$$

- среднеквадратическая ошибка для всех полей, кроме ветра (как для верификации по оперативным анализам, так и для верификации по данным наблюдений)

$$rms = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i (x_f - x_v)_i^2};$$

- коэффициент корреляции аномалий прогнозов и анализов (только для верификации по данным оперативного анализа)

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n w_i (x_f - x_c - M_{f,c})_i (x_v - x_c - M_{v,c})_i}{\left(\sum_{i=1}^n w_i (x_f - x_c - M_{f,c})_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left(\sum_{i=1}^n w_i (x_v - x_c - M_{v,c})_i^2 \right)^{\frac{1}{2}}};$$

- градиентная ошибка для температуры, давления на уровне моря и высоты стандартных уровней (только для верификации по данным оперативного анализа)

$$S_1 = 100 \frac{\sum_{i=1}^n w_i (e_g)_i}{\sum_{i=1}^n w_i (G_l)_i}.$$

Здесь применены следующие обозначения:

- x_f — предсказанное значение параметра;
- x_v — фактическое значение параметра (на основе данных анализа или наблюдений);

- x_c — климатическое значение параметра;
- $M_{f,c}$ — осредненное по верифицируемому региону значение аномалии спрогнозированных значений параметра от климата;
- $M_{v,c}$ — осредненное по верифицируемому региону значение аномалии фактических значений параметра от климата;
- V_f — предсказанное значение вектора скорости;
- V_v — фактическое значение вектора скорости;
- w_i — вес значения, в случае верификации по данным анализа это $\cos \phi_i$ (косинус широты в i -й точке); в случае верификации по данным наблюдений все значения имеют одинаковый вес $1/n$;
- $e_g = \left\{ \left| \frac{\partial}{\partial x} (x_f - x_v) \right| + \left| \frac{\partial}{\partial y} (x_f - x_v) \right| \right\}$;
- $G_l = \max \left(\left| \frac{\partial x_f}{\partial x} \right|, \left| \frac{\partial x_v}{\partial x} \right| \right) + \max \left(\left| \frac{\partial x_f}{\partial y} \right|, \left| \frac{\partial x_v}{\partial y} \right| \right)$.

В двух последних выражениях применяются разностные производные (центральные разности второго порядка) по горизонтальным координатам.

Ежедневные оценки записываются в базы данных в формате файлов sqlite3. Такой формат позволяет производить быстрое и удобное осреднение за любой требуемый период времени. Обмен оценками на сайте Ведущего центра по верификации детерминированных численных прогнозов [16] проводится ежемесячно. Для этого отчеты, содержащие ежедневные и средние за месяц оценки, один раз в месяц записываются во входящую папку на специально созданном для этих целей ftp-сервере.

Комплекс программ для расчета, записи, осреднения оценок и формирования ежемесячных отчетов написан с использованием языков Фортран-90, python, bash и языка запросов SQL. Расчет производится в оперативном режиме два раза в сутки отдельно для прогнозов, стартовавших в сроки 00 и 12 часов ВСВ.

Литература к главе 5

1. Богословский Н.Н., Толстых М.А. Реализация схемы усвоения для почвенных переменных в глобальной полулагранжевой модели прогноза погоды // Вычислительные технологии. — 2006. — Т. 11, Спец. выпуск. — С. 20—25.
2. Богословский Н.Н., Шляева А.В., Толстых М.А. Усвоение почвенных и приземных переменных в глобальной полулагранжевой модели прогноза погоды // Вычислительные технологии. — 2008. — Т. 13, Спец. выпуск. — С. 111—116.

3. *Махнорылова С.В., Толстых М.А.* Усвоение косвенных данных о влагосодержании почвы методом упрощенного расширенного фильтра Калмана в модели среднесрочного прогноза погоды ПЛАВ // *Метеорология и гидрология.* — 2017. — № 6. — С. 55–68.
4. Наставление по Глобальной системе обработки данных и прогнозирования. Том I - Глобальные аспекты. — 2015. — URL: http://library.wmo.int/rmb_ged/wmo_485-v1_ru.pdf (дата обр. 12.09.2017).
5. *Толстых М.А., Богословский Н.Н., Шляева А.В., Юрова А.Ю.* Полулагранжева модель атмосферы ПЛАВ // 80 лет Гидрометцентру России. — М.: Триада лтд., 2010. — С. 193–216.
6. *Цырульников М.Д., Свиренко П.И., Горин В.Е., Горбунов М.Е., Ордин А.Л., Багров А.Н.* Новая технология объективного анализа на основе схемы 3d-VAR // *Результаты испытания новых и усовершенствованных технологий, моделей и методов гидрометеорологических прогнозов.* — 2012. — № 39. — С. 7–14.
7. *Цырульников М.Д., Толстых М.А., Багров А.Н., Заринов Р.Б.* Развитие глобальной системы усвоения данных с переменным разрешением // *Метеорология и гидрология.* — 2003. — № 4. — С. 5–24.
8. *Balsamo G., Bouyssel F., Noilhan J.* A simplified bi-dimensional variational analysis of soil moisture from screen-level observations in a mesoscale numerical weather prediction model // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2004. — V. 130, issue 598. — P. 895–916.
9. *Giard D., Bazile E.* Implementation of a new assimilation scheme for soil and surface variables in a global NWP model // *Mon. Wea. Rev.* — 2000. — V. 128. — P. 997–1015.
10. *Lynch P., Giard D., Ivanovici V.* Improving the efficiency of a digital filtering scheme for diabatic initialization // *Mon. Wea. Rev.* — 1997. — V. 125. — P. 1976–1982.
11. *Lynch P., Huang X.-Y.* Initialization of the HIRLAM model using a digital filter // *Mon. Wea. Rev.* — 1992. — V. 120. — P. 1019–1034.
12. *Mahfouf J.-F.* Analysis of soil moisture from near-surface parameters: A feasibility study // *J. Appl. Meteor.* — 1991. — V. 30. — P. 1534–1547.
13. *Noilhan J., Mahfouf J.-F.* The ISBA land surface parameterisation scheme // *Global Planet Change.* — 1996. — V. 13. — P. 145–149.
14. *Noilhan J., Planton S.* A simple parameterization of land surface processes for meteorological models // *Mon. Wea. Rev.* — 1989. — V. 117. — P. 536–549.
15. *Rodriguez E., Navascués B., Ayuso J.J., Järvenoja S.* Analysis of surface variables and parameterization of surface processes in HIRLAM. Part I: Approach and verification by parallel runs : tech. rep. / HIRLAM Technical Report No.59. — 2003. — 52 P.
16. WMO Lead Centre for Deterministic Forecast Verification. — 2017. — URL: <http://apps.ecmwf.int/wmo1cdnv/> (visited on 12/09/2017).

Глава 6

Практическое применение модели ПЛАВ

Толстых М.А., Фадеев Р.Ю.

6.1 Различные конфигурации модели

Глобальная модель атмосферы ПЛАВ как модель бесшовного прогноза предназначена для воспроизведения процессов на различных временных масштабах. Однако разные применения модели требуют различной номенклатуры и периодичности записи выходной продукции. Кроме того, моделирование изменений климата требует задания сравнительно медленно меняющихся во времени полей внешних по отношению к модели атмосферы величин, например концентрации углекислого газа, солнечной постоянной. В современной версии модели эти величины интерполируются по времени для любой конфигурации. В режиме среднесрочного прогноза модель для экономии полагает некоторые величины равными их начальным значениям. Управление различными конфигурациями осуществляется через комбинации логических переменных LRESRC, LERF, LCLIM (в случае среднесрочного прогноза – и с помощью целочисленного массива NPOST длиной NMPOST) раздела NAMCTR файла `namelist.slm`. Отметим, что по состоянию на конец 2017 года ввод/вывод в файлы формата NetCDF (`io_NETDCF=.TRUE.`) работоспособен только в режиме моделирования климата.

6.1.1 Среднесрочный прогноз

В этой конфигурации используется следующая комбинация параметров в файле `namelist.slm`:

```
LRESRC=.FALSE.,  
LERF=.FALSE.,  
LCLIM=.FALSE.
```

Управление максимальной заблаговременностью прогноза, а также списком моментов времени, в которые осуществляется запись прогности-

ческих полей модели, осуществляется через список заблаговременностей в часах, задаваемый в массиве NPOST, и переменную NMPOST, которая указывает на последний значимый индекс этого массива (см. также далее описание переменных файла `namelist.slm`). Подробности о записываемых полях и подпрограммах постпроцессинга приведены в разделе 6.3.

6.1.2 Долгосрочный прогноз

В этой конфигурации используется следующая комбинация параметров в файле `namelist.slm`:

```
LRESRC=.TRUE.,  
LERF=.TRUE.,  
LCLIM=.FALSE.
```

В этом режиме конечное время моделирования определяется как произведение величины шага по времени (переменная DT из раздела NAMDYN файла `namelist.slm`) на количество шагов (переменная NSTEP в том же разделе). Периодичность записи полей должна составлять в этом случае 6 часов и (пока) должна задаваться в единицах количества шагов в переменной NZAP раздела NAMDYN.

6.1.3 Моделирование климата

В этой конфигурации используется следующая комбинация параметров в файле `namelist.slm`:

```
LRESRC=.TRUE.,  
LERF=.FALSE.,  
LCLIM=.TRUE.
```

В этом режиме конечное время моделирования определяется как произведение величины шага по времени (переменная DT из раздела NAMDYN файла `namelist.slm400`) на количество шагов (переменная NSTEP в том же разделе). Периодичность записи полей должна составлять в этом случае 24 часа и (пока) должна задаваться в единицах количества шагов в переменной NZAP раздела NAMDYN.

6.2 Структура данных модели

В модели в основном приняты следующие соглашения о наименовании переменных.

Целые переменные, начинающиеся с N, являются неизменяемыми и задаются либо в операторах PARAMETER, либо содержатся в модулях. Целая переменная, являющаяся формальным аргументом подпрограммы, начинается с K, а локальная целая переменная – с I (исключение – переменные циклов) (см. ниже).

Вещественные переменные (скаляры и массивы) начинаются с буквы R, если они содержатся в каком-либо модуле или операторе COMMON; с буквы P, если они являются формальными параметрами подпрограммы; с буквы Z, если они являются локальными переменными данной подпрограммы (исключение в некоторых местах составляют массивы, передаваемые из вызывающей подпрограммы для экономии памяти).

Логические переменные начинаются с буквы L, а символьные, как правило, с буквы C.

Переменная цикла по долготе именуется как I или JROF, или JLON, или JLO.

Переменная цикла по вертикали именуется как K или JLEV.

Переменная цикла по широте именуется как J или JLA.

Размерности расчетной области модели хранятся в модуле `modprmt.f90` и либо считываются из входного файла (если задан режим использования `netCDF` файлов `io_NETCDF=.TRUE.`), либо задаются в файле `mpthead.f90`. NLON – число узлов сетки по долготе, NLAT – число узлов сетки по широте минус 1 (индекс по широте изменяется в диапазоне (0:NLAT)), NLEV – число вертикальных уровней.

Наиболее употребительные физические константы хранятся в модуле `uomcst.f90`. Параметры модельного времени хранятся в модуле `uomrip.f90`. Массивы величин, зависящих от широты (синусы и косинусы широт и т. п.), хранятся в модуле `modgem.f90`. В каждом модуле, как правило, есть комментарии к каждой переменной.

Все модули, начинающиеся на `uom`, кроме модулей `uomcst.f90` и `uomrip.f90`, относятся только к параметризациям процессов подсеточного масштаба Метео-Франс и ALARO, все остальные модули, кроме модулей `modphy.f90`, `ptrmodphy.f90`, относятся к динамике и управлению моделью. Модули, начинающиеся на `ptr`, содержат указатели переменных (т. е. их относительные адреса).

Все трехмерные прогностические переменные и логарифм приземного давления на текущем шаге по времени n хранятся в массиве

$$RB3(NFLDB3, NPROMA, JBEG : JEND) .$$

NPROMA = NLON+3; NFLDB3 – число полей, умноженное на количество уровней по вертикали (NLEV) (см. `modtrds.f90`). JBEG и JEND – соответственно, начальное и конечное значение индекса по широте, хранимое и обрабатываемое данным процессором. Исключение составляет случай `io_NETCDF=.FALSE.`, когда ввод-вывод осуществляется через мастер-процесс. В этом случае для мастер-процесса (`myid == 0`) этот массив аллокируется с границами по третьему индексу, равными 0:NLAT. Этот массив имеет следующие индексы: `RB3(pointer+K-1, I, J)`, где I – индекс по долготе; K – индекс по вертикали; J – индекс по широте, а `pointer` – указатель имени переменной из следующего списка:

- ISVR=1 – относительная завихренность (вертикальная компонента), внутри модели в основном используется эта величина, умноженная на радиус Земли a (RADZ из модуля uomcst.f90);
- ISPSP=NLEV+1 – $\ln(p_s)$ (при K=1), его производные по долготе и широте (K=2,3) и Ps (K=4);
- ISU=2*NLEV+1 – u -компонента ветра;
- ISV=3*NLEV+1 – v -компонента ветра;
- IST=4*NLEV+1 – температура;
- ISD=5*NLEV+1 – горизонтальная дивергенция на поверхностях равных значений гибридной вертикальной координаты.

Необходимые значения переменных на $(n - 1)$ -м шаге по времени хранятся, используя тот же принцип адресации в динамически размещаемом массиве RB2 (модуль modwjac.f90).

Массовая доля водяного пара на шаге по времени n хранится в динамически размещаемом массиве RB3Q(NLEV, NPROMA, JBEG : JEND) (модуль modwjac.f90). JBEG и JEND – соответственно, начальное и конечное значение индекса по широте, хранимое и обрабатываемое данным процессором (во всех конфигурациях модели).

Вертикальная скорость в гибридной координате хранится в динамически размещаемом массиве RWO(NLEV, NPROMA, JBEG : JEND) (входит в модуль modwjac.f90).

Порядок хранения переменных во всех массивах модели следующий: с запада на восток (начиная с Гринвичского меридиана) и с юга на север. Расчетная область по долготе имеет индексы от 2 до NLON+1 (=NLONP1), дополнительные узлы сетки по долготе (1 и NLON+2, NLON+3) используются для задания периодических граничных условий. Например, Южный полюс на Гринвичском меридиане имеет индекс по долготе 2, а по широте 0. Долгота 180° имеет индекс NLON/2+1.

В будущем предполагается заменить данную структуру данных на производные типы данных в смысле Фортрана-90.

6.3 Организация расчетов модели

Головная программа модели SLGCM сначала размещает динамические массивы в подпрограмме MOD_ALLOC, затем происходит попытка открытия и чтения файла namelist.slm, содержащего головные части путей для используемых моделью файлов. При ошибках открытия/чтения этого файла используются имена файлов по умолчанию (см. начало описания). Затем

вызывается подпрограмма **SUINIT**, инициализирующая константы и массивы, связанные с управлением и динамикой модели. Чтение начальных данных, необходимых для расчета адиабатической части модели, происходит в подпрограмме **CHTSLKT**. При расчетах по полному (неадиабатическому) варианту модели (**LPHYS=.TRUE.** в разделе **NAMDYN** файла **namelist**) в подпрограмме **SUSFF** считываются также данные, необходимые для расчетов параметризаций подсеточного масштаба. В этой же подпрограмме считывается и частично контролируется раздел **NAMPHY** файла **namelist**.

В случае использования инициализации, головная программа затем вызывает подпрограмму **DFINO**, в начале которой происходит считывание раздела **NAMDFI** файла **namelist**. При расчете долгосрочного прогноза (**LERF=.TRUE.** в разделе **NAMCTR** файла **namelist**) вызывается подпрограмма **INI_CLI**, в которой происходит чтение 12 файлов (средние значения за соответствующий месяц) с климатическими поверхностными полями (см. начало описания). Затем подпрограмма **TLOOP** организует цикл по шагам по времени, вызывая необходимое число раз подпрограмму шага по времени **STEP**. После каждого шага по времени в подпрограмме **TLOOP** производится коррекция массы атмосферы.

Исполнение программы завершается операторами **DEALLOCATE** и закрытием файлов.

Подпрограмма расчета шага по времени **STEP** содержит среди прочего периодический вызов подпрограммы заданного варианта постпроцессинга:

- **POST** – так называемый «полный» постпроцессинг (интерполяция всех основных трехмерных прогностических полей с модельных уровней по вертикали на изобарические поверхности), применяется, если **LRESRC=.FALSE.** в разделе **NAMCTR** файла **namelist**. Моменты времени, в которые вызывается эта подпрограмма, задаются в массиве **NPOST** (см. начало описания). В эти же моменты происходит постпроцессинг ветра на высоте 10 метров и температуры и влажности на высоте 2 метра (подпрограмма **POSTSF**);
- **POST_ERF** – запись избранных полей для целей долгосрочного прогноза каждые 6 часов на сетке с горизонтальным разрешением 1,5° в формате **GRADS**, если **LRESRC=.TRUE.** и при этом либо **LERF=.TRUE.**, либо **LCLIM=.TRUE.**, в разделе **NAMCTR** файла **namelist.slm**.

В разделе **NAMCTR** файла **namelist.slm** каждые 24 часа вызывается подпрограмма **UPDSFF**, в которой происходит коррекция некоторых поверхностных климатических полей для учета годового хода. Применяется линейная интерполяция между соседними среднемесячными значениями.

6.4 Описание выдачи модели

В начале выдачи модели печатается информация об имени файла, содержащего начальные данные модели, затем информация о ее разрешении (шаги по долготе и широте, количество уровней по вертикали). Далее, после расчета собственных чисел и векторов матрицы линеаризованных гравитационных мод, печатается детерминант матрицы и ее число обусловленности, а также собственные числа матрицы.

Затем печатаются значения вертикальных уровней и разность их логарифмов.

Печатается информация о дате, соответствующей начальным данным. Затем печатаются окончательные значения параметров модели (заданные по умолчанию и затем, возможно, модифицированные при чтении из файла `namelist.slm`).

Все эти выдачи производятся из подпрограммы инициализации динамической части модели `SUINIT`, содержащейся в головном файле модели `mpt*.f`.

При чтении некоторых поверхностных полей (в подпрограмме `SUSFF` головного файла `mpt*.f`) начальных данных печатаются их минимальные и максимальные значения.

На каждом шаге модели печатается следующая информация об интегралах модели:

```
200 F10.991375E+05 VR0.204198E-09 KE0.152029E+08 DV0.557788E-10  
0.2218526E+05 0.5523044E+04 0.2012205E+08 0.1702393E-02 0.6787215E+03
```

Здесь первое число в первой строчке означает номер шага по времени, второе число (F1) – интеграл приземного давления. В процессе инициализации он несколько изменяется, затем, в силу применения коррекции массы, остается неизменным. VR – глобальное среднее вертикальной компоненты относительной завихренности (должно быть близко к нулю); KE – интеграл от кинетической энергии модели ($p_s(u^2 + v^2)/2$); DV – глобальное среднее горизонтальной дивергенции (должно быть близко к нулю).

Вторая строчка содержит значения интегралов от $\frac{1}{2}p_s u^2$, $\frac{1}{2}p_s v^2$, $c_p T^2/T_0$ ($T_0 = 287K$), $\frac{1}{2}p_s q^2$, $p_s u \cos \varphi$.

Расчет интегралов производится с помощью подпрограммы `COMPEN` и функции `НОРМ`, печать интегралов производится в подпрограмме, организующей шаг по времени модели `STEP`. Последняя подпрограмма содержится в головном файле модели `mpt*.f`.

При вызове инициализации на основе цифрового фильтра по времени (если `LSTINI=.TRUE.` в разделе `NAMDYN` файла `namelist`) печатается информация о параметрах фильтра (число шагов в адиабатической и неадиабатической частях), периоды обрезания и протяженность по времени этих

фильтров, а также амплитуды гребней. Инициализация происходит в подпрограмме DFIND0 головного файла mpt*.f.

На каждом шаге по времени (кроме инициализации) печатается также информация об астрономическом времени, затрачиваемом на расчет данного шага по времени.

6.5 Список поверхностных полей, используемых в параметризациях

Поля, которые не изменяются в процессе расчета модели, обозначены буквой С, изменяющиеся поля обозначены буквой Р. Для удобства приводится также местонахождение переменных в модуле modphy.f90. Все массивы динамически размещаемые. Массивы PARFLD, CONFLD, PBLFLD имеют три размерности: первая – долгота (NPROMA, значимая часть содержится при значениях 2:NLON+1), вторая – номер переменной, третья – широта (max(1, JBEG):MIN(NLAT-1, JEND)). JBEG и JEND – соответственно, начальное и конечное значение индекса по широте, хранимое и обрабатываемое данным процессором (во всех конфигурациях модели).

Номера переменных (относительные адреса) в соответствующих массивах задаются через инструкцию PARAMETER в модуле ptrmodphy.f90.

Замечание: для экономии памяти полярные значения этих переменных (кроме маски «суша-море») записаны в ячейку с индексом по долготе NLON+2 и индексом по широте 1 для Южного полюса, NLAT-1 – для Северного.

Маска «суша-море», 1. – суша, 0. – море: OLIM(NPROMA,0:NLAT).

Температура поверхности (соответственно, океана или суши): PARFLD(:,ITS,:).

Температура глубинного слоя почвы (для суши). Это поле меняется со временем, но по историческим причинам содержится в массиве CONFLD: CONFLD(:,ITSBLD,:).

Относительное влагосодержание приповерхностного слоя почвы (от 0. до 1.) : PARFLD(:,IQS,:).

Относительное влагосодержание глубинного слоя почвы (от 0. до 1.). Это поле меняется со временем, но по историческим причинам содержится в массиве CONFLD: CONFLD(:,IQSBLD,:).

Толщина слоя льда в поверхностном слое почвы (мм) (от 0 до 5): PARFLD(:,IWSI,:).

Толщина слоя льда в глубинном слое почвы (мм). Может принимать значения от 0 до GWPIMX=150: PARFLD(:,IWPI,:).

Водный эквивалент высоты снежного покрова в мм воды: PARFLD(:,ISS,:).

Анизотропия подсеточной орографии: CONFLD(:,IDFS,:).

Угол (направление) анизотропии подсеточной орографии (от $-\pi/2$ до $\pi/2$): CONFLD(: , IDFS+1, :).

Длина шероховатости для импульса, умноженная на g ($9.81 \times 10^{-4} - 1000$) ($\text{м}^2/\text{с}^2$): CONFLD(: , IZO, :).

Длина шероховатости для энтальпии, умноженная на g ($9.81 \times 10^{-4} - 100$) ($\text{м}^2/\text{с}^2$): CONFLD(: , IZOH, :).

Длина шероховатости (орографическая, т. е. без учета растительности и др.), умноженная на g ($9.81 \times 10^{-4} - 1000$) ($\text{м}^2/\text{с}^2$): CONFLD(: , IZOR, :).

Доля растительности на поверхности (от 0. до 1., над морем 0.):
CONFLD(: , IVEG, :).

Фоновое альbedo (от 0.07 до 0.8): CONFLD(: , IALB, :).

Альbedo растительности (от 0.07 до 0.25): CONFLD(: , IALBV, :).

Альbedo почвы без растительности: CONFLD(: , IALBS, :).

Альbedo снега. Это поле меняется со временем, но по историческим причинам содержится в массиве CONFLD: CONFLD(: , IALBNS, :). Значения – между ALBMIN, ALBMAX (могут задаваться через `namelist.slm`, в настоящее время 0.7 и 0.85 соответственно).

Тип поверхности (от 1 до 5). Это поле не зависит от времени, но по историческим причинам содержится в массиве PARFLD: PARFLD(: , IIVEG, :). Значения: 1 – море, 2 – ледник, 3 – низкая растительность, 4 – высокая растительность, 5 – озеро. В настоящее время тип «озеро» не применяется и соответствующим элементам массива автоматически присваивается 1, т. е. «море».

Фоновая излучательная способность поверхности (без учета снега, но с учетом растительности) (от 0.95 до 0.995). Это поле не зависит от времени, но по историческим причинам содержится в массиве PARFLD: PARFLD(: , IGAL, :).

Подсеточная изменчивость орографии. Это поле не зависит от времени, но по историческим причинам содержится в массиве PARFLD: PARFLD(: , IROFF, :).

Индекс листовой активности: CONFLD(: , ILAI, :).

Процентное содержание песка в почве: CONFLD(: , ISAN, :).

Процентное содержание глины в почве: CONFLD(: , ICLAY, :).

Толщина глубинного слоя почвы (только для схемы поверхности ISBA): CONFLD(: , IDEP, :).

Минимальное устьичное сопротивление растений. Это поле не зависит от времени, но по историческим причинам содержится в массиве PARFLD: PARFLD(: , IRSMIN, :). Над сушей принимает значения от 40 до 160, над морем и льдом – 8000.

Толщина слоя воды в листьях: PARFLD(: , IWDLI, :).

Функция Халстеда содержится в PARFLD(: , IHV, :), однако никуда не записывается.

Плотность снежного покрова: `PARFLD(:,IRHONS,:)`. В настоящее время используется лишь в диагностических целях, без обратной связи на остальные переменные. Если начальные данные отсутствуют, в начальный момент времени задается равной 0.2.

Среднемесячная климатическая температура глубинного слоя, к значениям которой происходит релаксация с величиной `OMTPRO` (см. далее описание файла `namelist.slm`) на каждом шаге по времени, если применяется схема почвы ISBA (`LSOILINM=.FALSE.`): `PARFLD(:,MTREL,:)`.

Концентрация (сплоченность) морского льда, в процентах: `PARFLD(:,MSICE,:)`. В режиме моделирования климата без модели океана и морского льда считывается из файла; в режиме среднесрочного прогноза с заблаговременностью до трех суток включительно считывается из файла с начальными данными, иначе используется экстраполяция аномалии этого поля по времени с постепенным затуханием.

6.6 Необходимые файлы

Помимо исполняемого файла модели, для расчета прогнозов по модели необходимы следующие файлы:

1. Файл с начальными данными модели `slmst_YYYYMMDDHH.dat`, где `YYYYMMDDHH` – дата старта в соответствующем формате.
2. Файл с управляющими параметрами модели, задаваемыми через `namelist` – имя файла `namelist.slm` или аналогичное, должен находиться в той же директории, что и исполняемый файл модели. Описание параметров, задаваемых в этом файле, приводится далее.
3. 12 файлов с климатическими полями для каждого месяца, которые должны находиться в папке, указанной в переменной `clim_path` раздела `NAMPATH` файла `namelist.slm`. Эти файлы называются `Const.Clim.<xx>p`, где `<xx>` – 01, 02, ... , 12.
4. При расчете среднесрочных прогнозов для пересчета модельной температуры на уровне 2 метра с модельной сглаженной орографии на орографию без сглаживания необходим отдельный файл с несглаженной орографией на модельной сетке.

6.7 Файл `namelist`

В зависимости от версии модели может называться `namelist.slmv`, `namelist.slm400` и др. Этот файл разбит на несколько разделов по смысловому признаку, которые читаются последовательно. Порядок расположения переменных внутри раздела произвольный. Часть строк (задания

переменных) может отсутствовать, так как большинство переменных, задаваемых в этом файле, уже имеют значения по умолчанию.

6.7.1 Раздел NAMPATH

В этом разделе задаются пути к различным файлам, а также задаются различные параметры управления вводом-выводом в режиме записи файлов в формате netCDF. Примерный вид этого раздела такой:

```
$NAMPATH
inidat_path='/RHM-GPFS/users/oper/operslm/SLM_T20A_5_1S12/',
out_directory='/RHM-GPFS/users/oper/operslm/SLM_T20A_5_1S12/',
ctrp_directory='/RHM-GPFS/users/oper/operslm/SLM_T20A_5_1S12/',
clim_dir='/RHM-GPFS/users/oper/operslm/CLIM20V.0/',
sst_file='/data4t/rrd/NWPlab/data/init/400x250/sstlinear.std',
ice_file='/data4t/rrd/NWPlab/data/init/400x250/siclinear.std',
sst_path='/RHM-GPFS/users/oper/operseason/SLMDAS/SST/'
ctrp_min_timing=43200,
out_extension='reftest',
diag_min_timing=1440,
erf_min_timing=3600000,
$END
```

Переменная `inidat_path` содержит путь к корневой папке, в которой находится папка со стартовым файлом (файлом, содержащим начальные данные). В корневой папке может находиться несколько папок с именами вида `Mon.DD.HH`, где `Mon` – первые три символа имени месяца стартовой даты латинскими буквами (первая буква должна быть заглавной); `DD` – число месяца (числу менее десяти должен предшествовать 0); `HH` – час старта прогноза. В этих папках и должны находиться соответствующие стартовые файлы. В режиме среднесрочного и долгосрочного прогноза эта переменная генерируется скриптом и добавляется в `namelist.slm`.

Переменные `out_directory` и `ctrp_directory` задают пути к папке с файлами выходной продукции модели и папке с контрольной точкой в формате netCDF соответственно (если `io_NETCDF=.TRUE.`).

Переменная `clim_dir` содержит путь к папке с климатическими файлами.

`sst_file` – имя файла с предписанной, меняющейся во времени температурой поверхности океана (как правило, за 1979–2010 гг., данные проекта AMIP2). Применяется только для климатических расчетов с предписанным состоянием поверхности океана (`LCLIM=.TRUE.`), в остальных случаях содержание этой переменной не влияет на расчеты.

`ice_file` – имя файла с предписанной, меняющейся во времени концентрацией морского льда. Применяется только для климатических расчетов

с предписанным состоянием поверхности океана (LCLIM=.TRUE.).

`sst_path` – путь к файлам с экстраполированной по времени от момента начала расчета температурой поверхности океана и концентрацией морского льда. Используется для среднесрочных прогнозов при заблаговременностях прогноза более 72 часов и для долгосрочных прогнозов (см. раздел 6.1).

`ctrp_min_timing` – модельное время (в минутах) между записями контрольных точек (если `io_NETCDF=.TRUE.`).

`out_extension` – идентификатор эксперимента, который входит в названия выходных файлов (если `io_NETCDF=.TRUE.`).

`diag_min_timing` – модельное время (в минутах) между записями диагностических файлов (если `io_NETCDF=.TRUE.`).

`erf_min_timing` – модельное время (в минутах) для записи диагностической информации (если `io_NETCDF=.FALSE.`).

6.7.2 Раздел NAMCTR

Этот раздел задает параметры управления модели и выглядит примерно так:

```
$NAMCTR
LRESRC = .FALSE.,
LERF = .FALSE.,
LCLIM=.FALSE.,
LVARRES = .FALSE.,
COPER='F',
CLBL='AAAA',
NMPOST = 5,
NPOST(1) =6,
NPOST(2) = 12,
NPOST(3) = 24,
NPOST(4) = 48,
NPOST(5) = 72,
NPOST(6) = 72,
LERF=.FALSE.,
LPFLT=.TRUE.,
LQHM=.TRUE.,
ELN=0.5,
$END
```

Поясним переменные. Первые 4 переменные – логического типа (как и все переменные модели, начинающиеся с буквы L), `COPER`, `CLBL` – символьного, остальные (кроме последних четырех переменных) – целого типа. Значения вещественных и логических констант приводятся в соответствии

с правилами их написания на языке Фортран.

LRESRC – определяет тип и частоту выдачи результатов прогноза.

При **LRESRC=.TRUE.** продолжительность расчета определяется переменной количества шагов по времени **NSTEP** (точнее, произведением ее значения на величину шага по времени **DT**). Эти две переменные находятся в следующем разделе **namelist, NAMDYN**). При **LRESRC=.TRUE.** и **LERF=.TRUE.** каждые 24 часа производится выдача для долгосрочного прогноза в файл, имя которого задано в переменной **erf_file** (см. следующий подраздел).

При **LRESRC=.FALSE.** продолжительность расчета и периодичность выдачи определяется переменными **NMPOST, NPOST(:)**. В этом случае производится запись большинства полей на изобарических поверхностях, а также полей на поверхности («полный» постпроцессинг) в файл индексно-последовательного доступа в формате **ARPEGE**. Дополнительно записывается контрольная точка модели на модельных уровнях в момент 6 часов (если задано, то и в момент времени 12 часов) с начала прогноза.

Значение по умолчанию равно **.FALSE.**

NMPOST – определяет продолжительность прогноза и число событий «полного» постпроцессинга (максимальное значение индекса в массиве **NPOST**, которое будет обрабатываться). Продолжительность прогноза в часах определяется значением переменной **NPOST(NMPOST)**. Значение по умолчанию равно 6 (целое).

NPOST() – моменты времени (в часах), когда происходит «полный» постпроцессинг. Отметим, что возможно задание **NPOST(1)=0, NMPOST=1** – в этом случае выполняется «полный» постпроцессинг стартового файла с данными на модельных уровнях, а прогноз не рассчитывается. Однако для этого необходимо также отключить инициализацию (в разделе **NAMDYN: LSTINI=.FALSE.**). Отключение инициализации необходимо в любом случае, когда **NPOST(1)=0**. Значения по умолчанию равны 12, 24, 48, 72, 96, 120.

LERF – активирует (только при **LRESRC=.TRUE.**) запись в файл прямого доступа (для **GRADS**), имя которого задано в переменной **erf_file** (см. следующий раздел) двумерных полей на сетке с горизонтальным разрешением 1, 5°, необходимых для сезонного прогноза. Значение по умолчанию равно **.FALSE.**

LCLIM – активирует (только при **LRESRC=.TRUE.**) запись в файл прямого доступа (для **GRADS**), имя которого задано в переменной **erf_file** (см. следующий раздел) двумерных полей на сетке с горизонтальным разрешением 1, 5°, необходимых для моделирования климата. Значение по умолчанию равно **.FALSE.**

LQHM – активирует размещение в памяти динамических массивов для гидрометеоров, необходимых в параметризации микрофизических процессов. Рекомендуемое значение **.TRUE.**

LVARRES – активирует вычисления внутри модели для версии с пере-

менным разрешением по широте. Значение по умолчанию равно `.FALSE`.

`COPER` – в настоящее время не используется. Значение по умолчанию равно `.FALSE`.

`CLBL` – символьная (длиной 4 символа) метка эксперимента, присутствующая в имени файла «полного» постпроцессинга. Значение по умолчанию равно `'AAAA'` (например, имя файла, содержащего поля «полного» постпроцессинга для 36-часового прогноза, стартовавшего 15/01/16 в 00 часов ВСВ, будет `RAAAA2016011500+036.dat`).

`LPFLT` – активация высокочастотного фильтра Раймона [4] в постпроцессинге для полей давления на уровне моря, геопотенциала и температуры на изобарических поверхностях. Рекомендуемое значение равно `.TRUE`.

`ELN` – коэффициент фильтра Раймона для постпроцессинга полей среднесрочных прогнозов. Для модели с горизонтальным разрешением $0,225 \times (0,24 - 0,16)$ градусов рекомендуемое значение равно 20 (вещественное). В зависимости от горизонтального разрешения могут применяться значения от 0,5 до 35.

6.7.3 Раздел `NAMDYN`

Этот раздел задает параметры динамического блока модели и выглядит примерно так:

```
$NAMDYN
LHYB=.TRUE.,
L_SIGMA_INI_DATA=.FALSE.,
LSTINI=.TRUE.,
LVERTLOGINT=.FALSE.,
LVFE1=.FALSE.,
LPHYS=.TRUE.,
NSTEP=201,
NZAP=40,
DT=2160.E0,
DTDFIF=2160.E0,
VESL=0.05E0,
VESLA=0.05E0,
RKD=3.83E15,
RKV=1.22E15,
RKT=1.88E15,
LVRDIF=.TRUE.
LTDIF=.TRUE.,
TCNST=268.E0,
REDIF=0.89,
$END
```


LSTINI – активирует инициализацию на основе цифрового фильтра. Значение по умолчанию равно .FALSE. (см. замечание к разделу NAMCTR).

LHYB – применение гибридной координаты по вертикали, настоятельно рекомендуется значение .TRUE.

L_SIGMA_INI_DATA – необходима ли интерполяция с сигма-уровней по вертикали (применялись в ранних версиях модели) на гибридные уровни. Если начальные данные были рассчитаны с помощью модели с гибридной вертикальной координатой, значение этой переменной должно быть .FALSE., иначе необходимо задать эту переменную как .TRUE.

LVERTLOGINT – использование вертикальной интерполяции по логарифму вертикальной координаты. Значение по умолчанию – .FALSE. При использовании верхней границы модельной атмосферы выше 5 гПа необходимо устанавливать значение этой переменной в .TRUE.

LVFE1 – активирует линейную конечно-элементную схему интегрирования уравнения гидростатики по вертикали. Значение по умолчанию равно .FALSE.

LPHYS – активирует расчет параметризаций подсеточного масштаба. Значение по умолчанию равно .TRUE.

NSTEP – определяет продолжительность прогноза в шагах по времени при LRESRC= .TRUE. (см. описание раздела NAMCTR). Значение по умолчанию равно 201 (целое).

NZAP – определяет частоту записи результатов прогноза при LRESRC= .TRUE. (см. описание раздела NAMCTR). Значение по умолчанию равно 40 (целое).

DT – величина шага по времени в секундах. Значение по умолчанию составляет 2160 с при горизонтальном разрешении $1,40625 \times 1,125$ градуса по долготе и широте соответственно (старая версия для сезонного прогноза), 1800 с – для разрешения $0,9 \times 0,72$ градуса.

DTDFIB – величина шага по времени при адиабатических шагах инициализации (в положительную и отрицательную сторону по времени) в секундах. Значения по умолчанию нет.

DTDFIF – величина шага по времени при неадиабатических шагах инициализации в секундах. Значения по умолчанию нет.

VESL, VESLA – параметры децентрирования по времени (VESL) и пространству (VESLA) второго порядка. Значение по умолчанию равно 0.05 (рекомендуется) [5].

RKD – коэффициент горизонтальной диффузии четвертого порядка для дивергенции (m^4/c). Значение по умолчанию зависит от горизонтального разрешения.

RKV – коэффициент горизонтальной диффузии четвертого порядка для завихренности (m^4/c). Значение по умолчанию зависит от горизонтального разрешения.

RKT – коэффициент горизонтальной диффузии четвертого порядка для температуры и вертикальной скорости ($\text{м}^4/\text{с}$). Значение по умолчанию зависит от горизонтального разрешения.

LVRDIF – активирует горизонтальную диффузию завихренности. Значение по умолчанию равно `.TRUE.`

LTDIF – активирует горизонтальную диффузию температуры. Значение по умолчанию равно `.TRUE.`

TCONST – средняя температура \bar{T} для полунеявной схемы интегрирования по времени. Значение по умолчанию 268 К для версии модели с 28 уровнями по вертикали, 272 – в других случаях.

REDIF – вес неявной части в схеме интегрирования по времени в уравнении горизонтальной диффузии для дивергенции. Значение должно быть между 0,81 и 1.

6.7.4 Раздел NAMPHY

Этот раздел задает параметры параметризаций процессов подсеточного масштаба модели. Данный раздел `namelist.slm` выглядит примерно так:

```
$NAMPHY
LSOLV=.TRUE.,
LSNV=.FALSE.,
LFGEL=.TRUE.,
LVGSN=.TRUE.,
VZOCM=1.5E-4,
GWDCD=3.,
HOBST=2.8,
GWDSE=0.0165,
TUDGP=0.6,
TDDGP=0.6,
GCVADS=0.6,
ALMAV=200.,
BEDIFV=0.1,
UHDIFV=8.5E-4,
LSTRA=.TRUE.,
LCAPE=.FALSE.,
ECMNP=3000.,
HUCOE=1.43,
HUTIL=1.1,
HUCOE2=0.9,
QXRAL=205.,
QXRR=0.25,
QXRDEL=0.49,
```

QXRTGH=3.5,
QSSUSC=0.5,
QSSUSS=0.215,
QSUSXC=0.0000105,
QSUSXS=0.00005,
GCVHMIN=11000.,
GCVNU=3.75E-5,
RPHIO=1250.,
RPHIR=1750.,
QSSUSV=300.,
XMULAF=-1.82,
XMINLM=4.,
RTCAPKU0=312.9,
QSSC=400.,
QSMODC=9.,
GCISMIN=5.5E-4,
VZIUSTARO=12.,
LRRGUST=.TRUE.,
LRNUMX=.TRUE.,
CGMIXLEN='AY',
GCOMOD=1.,
LNEBNXR=.TRUE.,
LFPCOR=.TRUE.,
RCVEVAP=0.,
GCVPSIE=1.,
GCVPSI=1.,
GWDLT=1.,
SRSMY=152.,
OMTPRO=3.E-6,
LPTKE=.TRUE.,
LCOEFK_TKE=.TRUE.,
LSTRAPRO=.TRUE.,
RHCEXPDX=0.3,
ALBMIN=0.7,
RAUTEFR=0.5E-3,
RAUTEFS=2.E-3,
GRCVPP=9.,
HUCRED=0.94,
GCVOMGE=1.3,
LSOILINM=.FALSE.,
LRNUEXP=.TRUE.,
TEQK=0.15.,

\$END

LSOLV – активирует схему параметризации процессов на поверхности ISBA. Кроме того, эта схема также используется для описания процессов в почве, если не применяется модель многослойной почвы ИБМ РАН (**LSOILINM=.FALSE.**). Значение этого параметра должно быть всегда **.TRUE.**

LSNV – схема взаимодействия снега и растительности Дувилля. Значение должно быть равно **.FALSE.**

LFGEL – учет промерзания и оттаивания почвы в сземе ISBA. Значение должно быть равно **.TRUE.**

LVGSN – схема взаимодействия снега и растительности Э. Базиля с соавторами [2]. Значение должно быть равно **.TRUE.**

VZOCM – параметр, определяющий дополнительный турбулентный обмен над морем при слабом ветре. Значение по умолчанию 0.0001.

GWDCD – параметр, связанный с параметризацией торможения гравитационных волн. Зависит от разрешения модели. Диапазон изменения 4–13, значение по умолчанию равно 12.

HOBST – параметр для схемы гравитационно-волнового сопротивления (эффективная высота препятствия), рекомендуемое значение 2.8.

GWSE – параметр для схемы гравитационно-волнового сопротивления (заметно влияет на торможение этих волн), рекомендуемые значения – между 0.0165 и 0.022.

TUDGP, TDDGP, GCVADS – параметры взвешивания для определения плавучести поднимающейся частицы в параметризации глубокой конвекции. Должны быть равны между собой. Должны быть в пределах 0.5–0.9, значение по умолчанию равно 0.8.

USURIC, USURID, USURIDE, USURICL, EDK, EDD – параметры, связанные со старой параметризацией приземного пограничного слоя, не имеют значения при **LCOEFK_TKE=.TRUE.**

LSTRA – активирует «классическую» параметризацию крупномасштабных осадков без микрофизики. Значение по умолчанию **.TRUE.**. Рекомендованное значение **.FALSE.**

LSTRAPRO – активирует параметризацию крупномасштабных осадков и облаков с учетом микрофизических процессов. Рекомендованное значение **.TRUE.**

ECMNP – толщина облачного слоя в дм, при достижении которой разрешено выпадение конвективных осадков. Теоретическое значение – 3500 (т. е. 350 м). Рекомендованное значение равно значению по умолчанию 3000.

HUCOE, HUTIL, HUCOE2 – параметры, определяющие вертикальную зависимость профиля критической влажности, задающего, в свою очередь, облачность. Увеличение **HUCOE** несколько нагревает верхнюю тропосферу (и наоборот, уменьшение ее слегка выхолаживает). Уменьше-

ние/увеличение HUTIL слегка охлаждает/нагревает нижнюю тропосферу. См. описание параметризации облачности. Допустимый диапазон изменений: HUCOE= 1.1 – 1.4, HUTIL=1 – 1.1 (по умолчанию 1.).

ALMAV – константа, используемая при вычислении длины перемешивания для энтальпии и влаги в пограничном слое.

BEDIFV – константа, используемая при вычислении длины перемешивания для энтальпии и влаги в пограничном слое.

Произведение ALMAV*BEDIFV должно быть равно 20.

UHDIFV – константа – обратная длина перемешивания для импульса, используемая при вычислении длины перемешивания в пограничном слое.

GCVHMIN – минимальная высота облаков, для которой возможна генерация осадков глубокой конвекцией. Единица измерения – метры, умноженные на 9.81.

LSAPE – активирует замыкание параметризации конвекции на основе конвективной доступной потенциальной энергии (CAPE). Значение по умолчанию равно .FALSE.

RTCAPKUO – пороговая температура в градусах Кельвина (на нижнем уровне модели) переключения между замыканием Куо и замыканием CAPE в параметризации глубокой конвекции. В настоящее время этот параметр не используется.

RCVEVAP – доля конвективных осадков, которая может испариться в процессе выпадения на нижележащих уровнях. Рекомендуется значение по умолчанию, равное 0.

XMULAF – параметр схемы подавления осцилляций в параметризации турбулентной диффузии [3] в старой параметризации пограничного слоя атмосферы. Зависит от горизонтального и вертикального разрешения модели и должно быть меньше нуля. Значение по умолчанию равно -1.82.

LRRGUST – учет выпавших на данном шаге крупномасштабных осадков при вычислении коэффициента вертикального турбулентного обмена в погранслое атмосферы. Значение по умолчанию (рекомендуется) .TRUE.

QSSC – настроечная константа параметризации облачности (определяет количество удерживаемой влаги в облаках). Рекомендуемое значение равно 400.

QSMODC – константа, определяющая повышение эффективного значения QSSUSV в верхней части атмосферы. Зависит от вертикального разрешения. Диапазон возможных значений – от 4 до 12.

LNEBNXR – активирует расчет параметризации облачности по Ксу-Рэндаллу [6]. Значение по умолчанию (рекомендуется) равно .TRUE.

QXRAL – показатель экспоненты параметризации облачности по Ксу-Рэндаллу. Значение по умолчанию (рекомендуется) равно 100.

QXRR – настроечная константа в параметризации облачности по Ксу-Рэндаллу. Значение по умолчанию (рекомендуется) равно 0.25.

QXRDEL – настроечная константа в параметризации облачности по Ксу-Рэндаллу. Значение по умолчанию (рекомендуется) равно 0.49.

LFPCOR – сглаженное вычисление конвективной облачности. Значение по умолчанию `.TRUE.`, рекомендуемое значение равно `.FALSE.`

GCVPISIE – настроечная константа глубокой конвекции. Значение по умолчанию 1, рекомендуемое значение равно 1.

GCVPSI – параметр взвешивания при вычислении глубокой конвекции. Рекомендуется значение по умолчанию, равное 1.

QSSUSC – настроечная константа для конвективной облачности. Рекомендуемое значение равно 0.5, оно подбирается в зависимости от горизонтального и вертикального разрешения.

QSSUSS – настроечная константа для крупномасштабной облачности. Рекомендуемое значение равно 0.35, оно подбирается в зависимости от горизонтального и вертикального разрешения.

QSUSXC – настроечная константа для конвективной облачности. Рекомендуемое значение равно 0.0001. Рекомендуемое значение равно 0.35, оно подбирается в зависимости от горизонтального и вертикального разрешения.

QSUSXS – настроечная константа для крупномасштабной облачности. Рекомендуемое значение равно 0.0003. Оно подбирается в зависимости от горизонтального и вертикального разрешения.

RPHI0 – нижняя граница подинверсионной облачности (м). Рекомендуемое значение равно 1250.

RPHIR – верхняя граница подинверсионной облачности (м). Рекомендуемое значение равно 1750.

QSSUSV – рекомендуемое значение равно 300.

GWDLT – активация параметризации подъема потока при обтекании горы подсеточного масштаба. Рекомендуемое значение равно 1.

GCVNU – настроечная константа параметризации глубокой конвекции. Рекомендуемое значение равно $2.5E-5$. Оно подбирается в зависимости от горизонтального и вертикального разрешения.

GCISMIN – минимальный сдвиг ветра в приземном пограничном слое. Рекомендуемое значение равно $5.5E-4$.

LRNUMX – вид перекрытия облаков на различных уровнях по вертикали. Рекомендуемое значение равно `.TRUE.` (максимальное случайное перекрытие облаков на различных уровнях по вертикали).

LRNUEXP – уточненный вид максимально-случайного перекрытия облаков на различных уровнях по вертикали. Рекомендуемое значение равно `.TRUE.`

LSOILINM – использование многослойной модели почвы ИБМ РАН [1]. Рекомендуемое значение для климатических расчетов равно `.TRUE.`, в остальных случаях пока необходимо задавать эту переменную как `.FALSE.`

CGMIXLEN – тип параметризации длины перемешивания в пограничном слое. Рекомендуемое значение равно 'AY' (Ayotte-Geleyn). Данная переменная присваивается автоматически, если активирована новая параметризация пограничного слоя (LCOEFK_TKE=.TRUE.).

RHSEXPDX – константа в формуле зависимости облачности от горизонтального разрешения модели. Рекомендуемое значение 0.3, может быть до 0.45.

ALBMIN – минимальное значение альбедо снега. Рекомендуемое значение 0.7.

RAUTEFR – параметр, определяющий скорость автоконверсии для капельных осадков. Рекомендуемое значение 0.5E-3.

RAUTEFS – параметр, определяющий скорость автоконверсии снега. Рекомендуемое значение 2.E-3.

GRCVPP – уменьшение мелкой конвекции. Значение по умолчанию 1, рекомендуется для схемы мелкой конвекции на основе потока массы. Рекомендуемое значение для остальных схем от 3 до 9.

HUCRED – множитель, применяемый к вертикальному профилю критической влажности при расчете облачности. Рекомендуемое значение 0.94.

GCVOMGE – масштаб вертикальной скорости в изобарической системе координат (Па/с), на котором происходит уменьшение конвективного вовлечения. Рекомендуемое значение 1.

GCOMOD – рекомендуемое значение равно 1. При этом значении активируется модуляция конвергенции влажности функцией локального горизонтального разрешения модели. Конвергенция влажности используется в параметризации глубокой конвекции для расчета условия Куо. Альтернативное значение 0. означает отключение модуляции.

SRSMY – минимальное устьичное сопротивление растительности. Рекомендуемое значение равно 144.

OMTPRO – коэффициент релаксации глубинного слоя почвы к климатическим значениям. Не играет роли при использовании многослойной модели почвы (LSOILINM=.TRUE.). Рекомендуемое значение равно 1.E-6.

NCHSP – рекомендуемое значение равно 1 (целое число).

LPTKE – активация параметризации (псевдо)кинетической энергии турбулентности. Рекомендуемое значение равно .TRUE., устанавливается автоматически, если задано LCOEFK_TKE=.TRUE.

WCRIN – критический водный эквивалент снега в схеме взаимодействия растительности и снега; рекомендуемое значение равно 10.

TEQK – множитель, используемый в функции локального разрешения, модулирующей конвергенцию влажности. При необходимости уменьшить конвективные осадки следует посмотреть в выдаче модели значение, рассчитанное по умолчанию (когда строчка с заданием этого параметра отсутствует в `namelist.slm`), а затем несколько увеличить его.

6.7.5 Раздел NAMDFI

Этот раздел задает параметры инициализации на основе цифрового фильтра и выглядит примерно так:

```
$NAMDFI
NSTDFI = 5,
TAUS = 19800.,
NSTDFIA= 3,
TAUSA = 7200.,
$END
```

NSTDFI – половина числа неадиабатических шагов (целое) в инициализации. Значение по умолчанию равно 6 (целое число).

TAUS – период обрезания неадиабатического фильтра (в секундах, вещественное). Значение по умолчанию равно 21600.

NSTDFIA – число адиабатических шагов в инициализации (целое). Значение по умолчанию равно 5 (целое число).

TAUSA – период обрезания адиабатического фильтра (в секундах, вещественное). Значение по умолчанию равно 12600.

Последние два параметра в настоящее время не применяются, так как в модели используется только неадиабатическая фильтрация.

6.8 Компиляция и запуск модели

Компиляция и сборка модели осуществляется с помощью команды **make**, использующей прилагаемый к модели **Makefile**. **Makefile** содержит список исходных файлов для компиляции, список необходимых библиотек и опции компиляции. Среди библиотек отметим **xrd12xlarge.a** – библиотеку подпрограмм чтения/записи индексно-последовательных файлов **GRIB** в формате **FA**, который пока еще применяется в модели **ПЛАВ** в ряде конфигураций. Для сборки модели также необходима отдельно скомпилированная свободно распространяемая библиотека **NetCDF** версии не ниже, чем 4.3 с поддержкой **libz**, **Jpeg2000**, **HDF5**. В результате работы **make** получается исполняемый файл модели.

Для запуска модели после имени исполняемого файла модели необходимо указать через пробелы год, месяц, число и стартовый срок в часах.

Литература к главе 6

1. *Володин Е.М., Лыкосов В.Н.* Параметризация процессов тепло- и влагообмена в системе растительность - почва для моделирования общей циркуляции атмосферы. 1. Описание и расчеты с использованием локальных

- данных // Изв. РАН, сер. Физика атмосферы и океана. — 1998. — Т. 34, № 4. — С. 453–465.
2. *Bazile E., Haito M., Bogatchev A., Spiridonov V.* Improvement of the snow parameterization in ARPEGE/ALADIN // Proceedings of SRNWP. HIRLAM Workshop on Surface Processes, Turbulence and Mountain Effects, Madrid, 22-24 October 2001. — 2002.
 3. *Benard P., Marki A., Neytchev P.N., Prtenjak M.T.* Stabilization of non-linear vertical diffusion schemes in the context of NWP models // Mon. Wea. Rev. — 2000. — V. 128. — P. 1937–1948.
 4. *Raymond W.H.* High-order low-pass implicit tangent filters for use in finite area calculations // Mon. Wea. Rev. — 1988. — V. 116. — P. 2132–2141.
 5. *Temperton C., Hortal M., Simmons A.* A two-time-level semi-Lagrangian global spectral model // Quart. J. Roy. Met. Soc. — 2001. — V. 127, issue 571. — P. 111–129.
 6. *Xu K.-M., Randall D.* A semiempirical cloudiness parameterization for use in climate models // J. Atmos. Sci. — 1996. — V. 53. — P. 3084–3102.

Глава 7

Применение модели: от среднесрочного прогноза до моделирования климата

Толстых М.А., Фадеев Р.Ю., Рогутков В.С.

7.1 Среднесрочные прогнозы

Внедренная в 2010 году в оперативную практику Гидрометцентра России версия глобальной модели ПЛАВ для среднесрочного прогноза погоды имела горизонтальное разрешение $0,9^\circ \times 0,72^\circ$ по долготе и широте (примерно 75 км в средних широтах) и 28 уровней по вертикали. Параметризации в основном соответствовали уровню модели ALADIN 2006 года с некоторыми усовершенствованиями. Внедрение в качестве основного численного метода этой версии позволило примерно в два раза сократить отставание России, по сравнению с лидирующей группой мировых прогностических центров, в ошибках прогноза таких важных параметров, как давление на уровне моря, температура на уровне 850 гПа и высота поверхности 500 гПа. Подробнее эти результаты представлены в [9], также они доступны на сайте [31].

Текущая версия модели ПЛАВ для среднесрочного прогноза погоды имеет горизонтальное разрешение $0,225^\circ$ по долготе и 51 уровень по вертикали. Разрешение по широте меняется от $0,16^\circ$ в Северном полушарии до $0,24^\circ$ в Южном полушарии. Таким образом, разрешение модели по широте в средних широтах Северного полушария составляет 18–20 км, а в Южном – около 26 км. Помимо усовершенствованного описания динамики атмосферы, новая версия модели имеет более совершенные параметризации процессов подсеточного масштаба. Эта версия соответствует приведенному в книге описанию динамического блока (глава 1). Из-за ограниченности в настоящее время вычислительных ресурсов в ГВЦ Росгидромета, параметризации лишь частично соответствуют представленным в главе 2. В частности, применяются старые параметризации пограничного слоя атмосферы и мелкой конвекции, они соответствуют описанию в [7].

Сравнение среднеквадратических ошибок среднесрочных прогнозов с помощью версии модели 2010 года и текущей версии по отношению к оперативным объективным анализам Гидрометцентра России за период с 29 марта по 17 июля 2017 года приведено на рис. 7.1. Для сравнения, там же приведены результаты прогнозов американской модели NCEP. Видно, что текущая «урезанная» версия модели ПЛАВ имеет несколько более высокую успешность прогнозов по сравнению с версией модели 2010 года, по-прежнему уступая лучшим зарубежным моделям. Планируется, что на новой вычислительной системе ГВЦ Росгидромета с 2018 года будет эксплуатироваться полная версия модели.

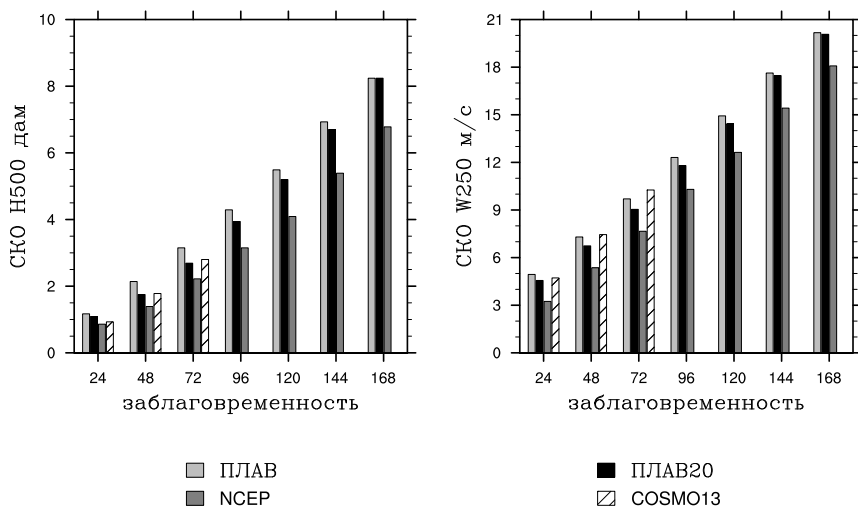


Рис. 7.1: Осредненные среднеквадратические ошибки полей H500 (слева) и модуля ветра на уровне 250 гПа W250 (справа) различных моделей по данным Гидрометцентра России для прогнозов, стартующих по данным от 12 часов ВСВ. Регион Европа.

7.2 Результаты опытных среднесрочных ансамблевых прогнозов

Были проведены численные эксперименты по усвоению данных с 24 ноября по 31 декабря 2016 года. 6-часовой ансамблевый прогноз использовался в качестве первого приближения в системе усвоения, и в результате усвоения наблюдений вычислялся ансамбль анализов. Для проверки ансамблевого прогноза раз в сутки в срок 00 часов ВСВ ансамблевый прогноз рассчитывался с заблаговременностью до 120 час. Вычислялась погрешность среднего по ансамблю прогноза (по сравнению с оперативным анализом на время прогноза) и вычислялся разброс ансамбля.

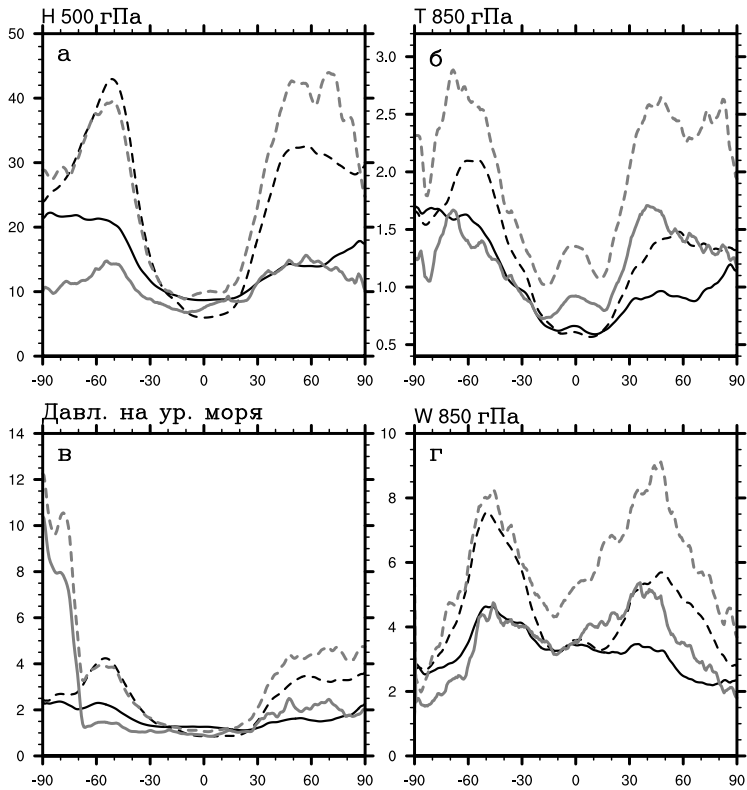


Рис. 7.2: Зонально осредненные среднеквадратичные отклонения (серые линии) и разбросы ансамблей (черные линии) прогнозов на 24 ч (сплошные) и 72 ч (прерывистые) полей H500 (а), T850 (б), P0 (в), W850 (г) при циклической работе системы ансамблевого прогноза.

На рис. 7.2 приведены результаты первого запуска системы ансамблевого прогноза в квазиоперативном режиме. На графиках приведены погрешности среднего по ансамблю прогноза и разбросы ансамбля прогнозов за период с 1 по 31 декабря 2016 г. Таким образом, первые семь дней эксперимента были использованы для настройки ансамблевого фильтра. Приведены зонально осредненные среднеквадратические отклонения (СКО) и разбросы ансамблей прогнозов на 24 и 72 часа полей геопотенциала на уровне 500 гПа (H500), температуры на уровне 850 гПа (T850), давления на уровне моря P0, модуля скорости ветра на уровне 850 гПа (W850). При первых запусках системы ансамблевого прогноза разница разбросов и СКО 24-часовых прогнозов в Северном полушарии и тропиках оказалась невелика.

Как видно из рисунков, разбросы ансамблей растут медленнее, чем СКО, с ростом заблаговременности прогноза. Разбросы 72-часовых прогнозов почти везде заметно ниже СКО. Устранение этого недостатка возможно путем включения в модель ПЛАВ стохастических возмущений правых частей прогностических уравнений, содержащих параметризованные эффекты процессов подсеточного масштаба.

В мировой практике для этого применяются несколько подходов, часто их используют совместно: умножение правых частей прогностических уравнений на множитель вида $(1 + \varepsilon)$, где ε определяется согласно [23], стохастическая модификация спектра кинетической энергии [11], стохастическое возмущение ключевых параметров, управляющих работой конкретных параметризацій [12] и другие. Такие стохастические возмущения рассматриваются как способ приближенного учета неизвестной нам ошибки прогностической модели.

Разбросы ансамблей в Южном полушарии завышены по сравнению с СКО для большинства полей. Это связано с недостатком используемых спутниковых наблюдений в системе усвоения ЛЕТКФ. Эта разница может быть уменьшена путем добавления в систему ЛЕТКФ новых наблюдений, а также настройкой инфляций.

Разбросы геопотенциала H500 (рис. 7.2 а) завышены в Южном полушарии и севернее 60° с. ш. Это объясняется недостатком наблюдений в системе усвоения ЛЕТКФ по сравнению с оперативной системой усвоения Гидрометцентра России. В тропиках и в Северном полушарии южнее 60° с. ш. разбросы близки к СКО.

Разбросы температуры (рис. 7.2 б) примерно сопоставимы с СКО в Южном полушарии и приполярных широтах (севернее 70° с.ш.) и занижены в тропиках и Северном полушарии южнее 70° с. ш. Возможная причина – заниженная инфляция температуры. Более подробно результаты приведены в [6].

Для прогнозов в Северном полушарии были получены оценки Брайера (Brier Score, BS). В формулировке Брайера [13] для события, которое может попадать в один из r классов, BS рассчитывается по формуле:

$$BS = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^m (f_{ij} - E_{ij})^2, \quad (7.1)$$

где m — число событий; E_{ij} принимает значение от 0 до 1 в зависимости от того, попало ли j -е событие в i -й класс; f_{ij} — спрогнозированная вероятность такого попадания. Классы выбираются непересекающимися и полностью описываемыми вероятностное пространство, так что $\sum_{j=1}^r f_{ij} = 1$.

В нашем случае выбирались два класса: величина попадает в выбран-

ный диапазон или не попадает. Тогда (7.1) приобретает вид

$$BS = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f_i - y_i)^2, \quad (7.2)$$

где f_i — вероятность события в ансамблевом прогнозе, y_i — факт. Значения равны 0, если событие не произошло; и 1, если произошло); N — количество исходов (произведение числа модельных узлов сетки с выбранной величиной на количество прогнозов). BS случайного прогноза ($f_i = 0,5$) всегда равен 0,25, BS идеального прогноза равен 0.

В табл. 7.1 приведены оценки Брайера прогнозов поля H500 в Северном полушарии (20–90° с. ш.) с заблаговременностью от одних до пяти суток. Приведены оценки Брайера для диапазона $x > x^c + \sigma$, где x — значение поля; x^c — климат; σ — климатическая изменчивость. Для сравнения в таблице приведены оценки Брайера с сайта <http://epsv.kishou.go.jp> для диапазона $x > x^c + \sigma$, полученные с помощью систем ансамблевого прогноза Европейского центра среднесрочных прогнозов (ECMWF), Японского метеорологического агентства (JMA) и оперативной системы ансамблевого прогноза Гидрометцентра России (RUMS) [1] в декабре 2016 года.

Таблица 7.1: Оценки Брайера прогнозов поля H500 в Северном полушарии, диапазон $x > x^c + \sigma$

Система прогноза	Заблаговременность прогноза, сутки				
	1	2	3	4	5
LETKF+ПЛАВ	0,03	0,04	0,05	0,07	0,09
ECMWF	-	0,02	0,03	0,04	0,06
JMA	-	0,03	0,04	0,06	0,08
RUMS	-	0,06	0,09	0,11	0,14

Как видно из табл. 7.1, полученные значения BS для поля H500 уступают ведущим центрам, но превосходят результаты оперативных ансамблевых прогнозов Гидрометцентра России. В дальнейшем планируется развитие системы ансамблевого прогноза:

- подключение новой версии модели ПЛАВ с гибридной вертикальной координатой, большим числом вертикальных уровней и рядом усовершенствований в параметризациях процессов подсеточного масштаба (с тем же горизонтальным разрешением);
- настройка параметров инфляции;
- добавление в систему усвоения новых наблюдений;

- использование стохастических возмущений правых частей прогностических уравнений в модели ПЛАВ.

Это может позволить уменьшить ошибки ансамблевого прогноза и получить более близкие к погрешностям разбросы ансамбля.

7.3 От среднесрочного к бесшовному прогнозу

Во многих метеорологических центрах разработаны и реализованы системы долгосрочного прогноза на основе совместных моделей общей циркуляции атмосферы и океана (например, [19]). Объектом прогноза при этом являются средненедельные, среднемесячные и среднесезонные аномалии метеорологических полей по отношению к среднеклиматическим значениям для данного сезона. Типичное пространственное разрешение компонентов такой системы сезонного прогноза составляет $0,3\text{--}1,5^\circ$ в горизонтальной плоскости и 30–90 уровней по вертикали для модели атмосферы и $0,25\text{--}1^\circ$ по долготе и широте и 30–50 уровней по вертикали для модели океана. Прогноз среднесезонных аномалий температуры и осадков в силу атмосферной синоптической изменчивости является, по сути, попыткой выделить слабый сигнал на уровне сильного шума. Стандартным подходом при решении таких задач является расчет ансамбля сезонных прогнозов с возмущенных начальных данных. Характерное количество прогностических реализаций ансамбля составляет 10–60.

В Гидрометцентре России пока отсутствует оперативная совмещенная технология усвоения данных и прогноза состояния океана, пригодная для использования совместно с моделью атмосферы, хотя работы в этом направлении ведутся. В том числе это объясняется сильной ограниченностью вычислительных ресурсов. Поэтому пока оперативная технология долгосрочного прогноза использует модель атмосферы ПЛАВ, в которой эволюция температуры поверхности океана и концентрации морского льда описывается с помощью наложения аномалии этих полей на момент начала расчета прогноза на среднеклиматические ежедневные значения, с постепенным затуханием аномалии (*persistent anomalies*).

Из-за ограниченности вычислительных мощностей до сих пор оперативно применяется старый вариант модели ПЛАВ, ориентированный на вероятностные прогнозы на временных масштабах от недель до сезона. Этот вариант имеет горизонтальное разрешение $1,40625^\circ$ по долготе, $1,125^\circ$ по широте при том же количестве вертикальных уровней (28). Результаты исторических сезонных прогнозов с помощью этой версии модели подробно представлены в [8]. В этой версии модели используется динамико-стохастическая схема крупномасштабной конденсации, разработанная в Институте вычислительной математики РАН [4]. В этом случае конденсация в ячейке модельной сетки наступает, когда удельная влажность с

учетом дисперсии в этой ячейке выше значения при точке росы. Дисперсия распределения влаги задана по данным наблюдений как функция температуры и давления. Данная схема особенно полезна для версий модели, имеющих горизонтальное разрешение порядка 100 км и грубее, которые предназначены для долгосрочных прогнозов и моделирования климата. Технология генерация ансамблей начальных данных основана на методе бридинга [29].

Этот вариант модели атмосферы был также соединен с моделью Мирового океана ИВМ РАН, результаты исторических сезонных прогнозов представлены в [8]. С помощью этой версии модели были получены интересные результаты прогнозирования аномалий средней зимней температуры в Северной Евразии [18], в заметной степени связанных с индексом Северо-Атлантического колебания. Эта версия модели участвует в международном проекте по субсезонному прогнозу S2S [30]. Некоторые данные долгосрочных прогнозов, а также оценки их успешности доступны на сайте <http://wmc.meteoinfo.ru>.

В настоящее время ведется разработка и настройка оперативной технологии применения современной версии модели атмосферы ПЛАВ (главы 1, 2, 3) для расчета ансамблевых долгосрочных прогнозов, включающей систему генерации ансамблей начальных данных, представленную в главе 4. Предусматривается, что будущая технология сможет использовать совместную модель атмосферы, океана и морского льда, представленную далее в этой главе.

Успешность воспроизведения совместными моделями существующего климата и его изменчивости во многом определяется точностью описания взаимодействия атмосферы и океана. Поэтому важным этапом создания совместной модели атмосферы и океана для долгосрочного прогноза погоды и моделирования изменений климата является изучение поведения модельной атмосферы на временах до нескольких лет с акцентом на качество описания процессов энерго- и массообмена между океаном и атмосферой.

Первые запуски современной версии модели ПЛАВ на несколько лет с настройками, предназначенными для среднесрочного прогноза погоды, показали неправильный среднегодовой радиационный баланс на поверхности и завышенный поток скрытого тепла с поверхности океана и с поверхности суши в пустынных районах (около 10 Вт/м²). Для достижения интегрального среднегодового баланса тепла на поверхности и других важных климатических характеристик в модели были перенастроены параметризации облачности, мелкой конвекции, образования и выпадения осадков, процессов турбулентного обмена в пограничном слое атмосферы. Была проведена ревизия радиационного блока, обновлены версии блоков расчета длинноволновой радиации RRTMG-LW и микрофизики, внедрена модель многослойной почвы ИВМ РАН и параметризация тонких инверсионных

0,9°×0,72° ранее не настраивалась в режиме интегрирования на несколько лет.

Проверка климатических характеристик модели ПЛАВ в режиме с предписанной температурой поверхности океана будет продолжена в рамках стандартного международного эксперимента по сравнению глобальных моделей атмосферы AMIP2 [28]. Следует отметить, что данный эксперимент предполагает в том числе проведение расчетов на срок до 30 лет. Продолжительные расчеты позволят проверить дрейф модели и выявить систематические ошибки модели атмосферы в отсутствии обратной связи со стороны океана.

Таблица 7.2: Осредненные за год компоненты потока тепла на поверхности Земли и на условной верхней границе атмосферы (в Вт/м²): рекомендуемые IPCC значения (2-я и 3-я колонки) в сравнении с результатами численного моделирования на основе модели атмосферы ПЛАВ (4-я колонка) и совместной модели атмосферы и океана ПЛАВ-ИВМИО (5-я колонка)

Компоненты потока тепла	Данные IPCC (рекомендуемый диапазон)	Данные IPCC (рекомендуемые значения)	Предписанная ТПО	Совместная модель
Приходящая солнечная радиация на верхней границе	340-:-341	341,3	341,6	341,6
Уходящая солнечная радиация на верхней границе	96-:-100	100	109,3	107,1
Уходящая тепловая радиация на верхней границе	-(236-:-242)	-239	-232,4	-234,6
Солнечная радиация, поглощенная поверхностью	154-:-166	161	164,9	165,5
Излученная длинноволновая радиация на поверхности	-(54-:-58)	-56	-60,5	-60,4
Поток явного тепла на поверхности	-(15-:-25)	-20	-17,9	-21,8
Поток скрытого тепла на поверхности	-(70-:-85)	-84	-86,4	-83,9
Тепловой баланс на поверхности	-	1	0,1	-0,6

7.4 Модель ПЛАВ – компонент совместной модели

Совместные модели атмосферы, океана и морского льда ранее применялись в основном в задаче моделирования изменений климата, однако в настоящее время появилось все больше фактов, свидетельствующих о необходимости использования таких моделей в прогнозе погоды на различных временных масштабах. Например, в [24] отмечена важность применения совместной модели океана и льда для краткосрочного прогноза погоды на восточном побережье Канады.

Учет совместных эффектов атмосферы и океана является важным элементом предсказуемости явлений блокирования зональной циркуляции в тропосфере средних широт Северного полушария [10], которые могут приводить к продолжительным (до 1–2 месяцев) аномалиям температуры и осадков на значительной части территории России [25, 26, 5]. Исследования [21, 17, 32] показывают, что переходу из положительной в отрицательную фазу Северо-Атлантического колебания (САК) в декабре-январе часто предшествует активный циклогенез в западной части Атлантического океана, вызванного, в том числе, выносом холодного воздуха с континента на Гольфстрим. Такой процесс сопровождается интенсивными потоками скрытого и явного тепла с амплитудами до 3000 Вт/м^2 [22]. Общая продолжительность с момента выноса до формирования сильного циклона составляет обычно около 5 дней. Также выявлена важная роль обрушения атмосферных планетарных волн в формировании фазы САК [20, 27]. В [16] отмечено влияние фазы осцилляции Маддена – Джулиана на САК через механизм обрушения волн Россби, что свидетельствует о наличии дальних пространственных связей в системе атмосфера – океан на масштабах от нескольких дней до нескольких недель.

Обнадеживающие результаты [15] по воспроизведению современного климата на масштабах времени до 6 лет на основе модели ПЛАВ послужили основой для разработки совместной модели атмосферы и Мирового океана с перспективой создания на ее основе системы долгосрочного прогноза погоды.

Совместная модель разработана на основе глобальной модели атмосферы ПЛАВ и модели Мирового океана ИВМИО [2], которые были объединены в единый программный комплекс с помощью компактной вычислительной платформы для совместного моделирования СМФ [3], основной функцией которой является обеспечение одновременной работы каждого компонента, обмен данными между ними и выполнение операций с файловой системой. Использование системы совместного моделирования связано, прежде всего, с необходимостью объединения компонентов в единый исполняемый файл, распределением вычислительных ресурсов между ними и организацией обмена данными (интерполяции данных с одной расчетной сетки на другую) с учетом маски «суша-вода». Преимуществом

СМФ является ее практически полная независимость от типа моделей.

На рис. 7.4 иллюстрируется параллельная структура совместной модели ПЛАВ-ИВМИО, где каждая ячейка отвечает одному процессорному ядру. Всего модели атмосферы здесь отводится 42 ядра, модели океана – 52, а системе совместного моделирования – 2 ядра.

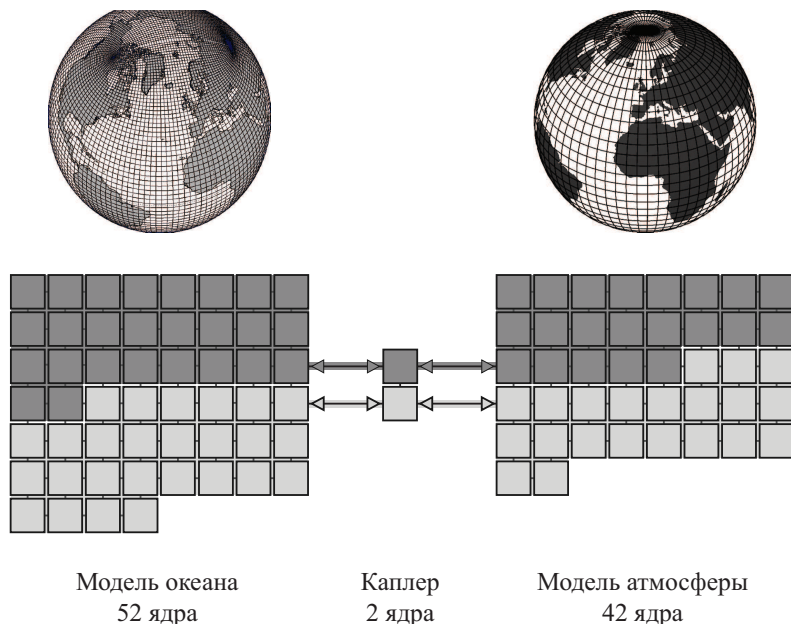


Рис. 7.4: Параллельная структура совместной модели ПЛАВ-ИВМИО.

Для подключения к СМФ в модель ПЛАВ была добавлена возможность задания внешнего МРІ-коммуникатора и явно выделены подпрограммы, ответственные за инициализацию модели, чтение начальных данных, подготовку к вычислениям и выполнение одного шага по времени. Переработка программного кода модели ПЛАВ была необходима, поскольку управление расчетами в совместном режиме берет на себя система СМФ. Дополнительный программный модель модели ПЛАВ для интеграции в рамках системы СМФ включает следующие процедуры:

- инициализация основных параметров модели в СМФ;
- регистрация ПЛАВ в системе СМФ (передача размерности компонента, структуры сетки, шага по времени и пр.);
- регистрация передаваемых и получаемых компонентом массивов данных с указанием целевого компонента и периода времени между обменами;

- выделение памяти под динамические массивы;
- инициализация модели, чтение начальных данных и подготовка к расчетам;
- выполнение одного шага по времени.

С помощью системы СМФ модель атмосферы ПЛАВ с горизонтальным разрешением $0,9^\circ$ по долготе (400 узлов) и $0,72^\circ$ по широте (251 узел, включая полюсные точки) и 28 уровнями по вертикали и модель Мирового океана ИВМИО с разрешением $0,5^\circ$ (соответствует триполярной сетке с числом узлов по долготе 720 и по широте 360) и 49 вертикальными уровнями были объединены в единый программный комплекс. Шаг по времени модели атмосферы составляет 1200 с, а модели Мирового океана – 600 с.

В расчетах модель атмосферы каждый час передает 9 двумерных полей в модель океана, это: потоки коротко- и длинноволновой радиации; потоки скрытого и явного тепла; количество накопленных за период между обменами выпавших осадков; масса испарившейся воды; температура воздуха на высоте 2 метра и два компонента вектора напряжения трения ветра. В свою очередь, модель океана каждые 2 часа передает в модель атмосферы три поля: температуру поверхности океана, сплоченность и температуру льда.

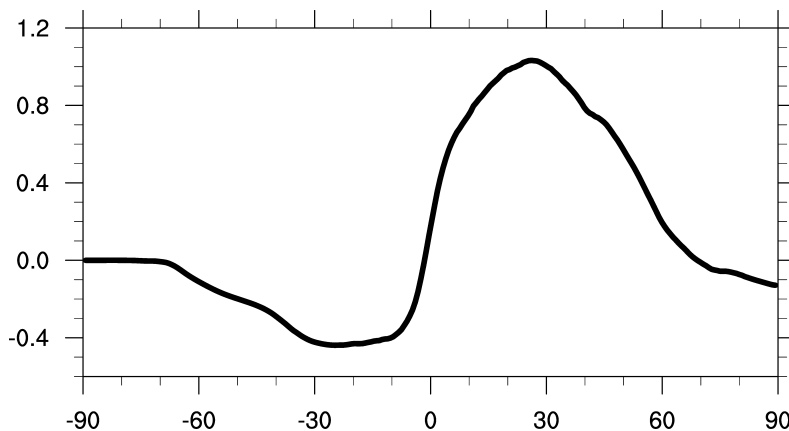


Рис. 7.5: Меридиональный перенос тепла в атмосфере в рамках совместной модели ПЛАВ-ИВМИО.

Последние эксперименты на срок до 4 лет показали стабильную работу каждого компонента и совместной системы в целом. Интегральные значения осредненных за год компонентов теплового баланса в совместной модели (табл. 7.2, колонка 5) близки к данным реанализа [14]. Отметим, что наиболее заметно от рекомендованного IPCC значения отличается осредненный за год поток поглощенной поверхностью солнечной радиации (око-

ло 4 Вт/м^2). Меридиональный перенос тепла в атмосфере, представленный на рис. 7.5, также хорошо соответствует данным реанализа. В совместной модели отсутствует тренд температуры поверхности океана.

Совместную модель предполагается проверить на основе стандартных численных экспериментов по моделированию изменений климата Земли согласно протоколу международной программы СМIP.

Литература к главе 7

1. *Астахова Е.Д., Бундель А.Ю., Багров А.Н., Розинкина И.А., Пономарева Т.Я., Рузанова И.В., Цветков В.И.* Система ансамблевого глобального прогноза метеорологических полей с заблаговременностью до 240 часов: результаты оперативных испытаний // Результаты испытания новых и усовершенствованных технологий, моделей и методов гидрометеорологических прогнозов. — 2016. — № 43. — С. 63–79.
2. *Ибраев Р.А., Хабеев Р.Н., Ушаков К.В.* Вихреразрешающая $1/10^\circ$ модель Мирового океана // Изв. РАН, сер. Физика атмосферы и океана. — 2012. — Т. 48. — С. 45–55.
3. *Калмыков В.В., Ибраев Р.А.* Программный комплекс совместного моделирования системы океан–лед–атмосфера–почва на массивно-параллельных компьютерах // Вычислительные методы и программирование. — 2013. — Т. 14. — С. 88–95.
4. *Кострыкин С.В., Эзау И.Н.* Динамико-стохастическая схема расчета крупномасштабных осадков и облачности // Метеорология и гидрология. — 2001. — № 7. — С. 23–39.
5. *Крыжов В.Н.* Связь средней месячной, сезонной и годовой температур воздуха на севере России с индексами зональной циркуляции зимы // Метеорология и гидрология. — 2003. — № 2. — С. 15–28.
6. *Розутов В.С., Толстых М.А., Мизяк В.Г.* Система ансамблевого прогноза на основе локального ансамблевого фильтра Калмана // Труды Гидрометцентра России. — 2017. — Вып. 364. — С. 5–19.
7. *Толстых М.А.* Глобальная полулагранжева модель атмосферы. — М.; Обнинск: ОАО ФОП, 2010. — 111 с.
8. *Толстых М.А., Дианский Н.А., Гусев А.В., Киктев Д.Б.* Воспроизведение сезонных аномалий атмосферной циркуляции при помощи совместной модели // Изв. РАН, сер. Физика атмосферы и океана. — 2014. — Т. 50, № 2. — С. 131–142.
9. *Толстых М.А.* [и др.]. Разработка многомасштабной версии глобальной модели атмосферы ПЛАВ // Метеорология и гидрология. — 2015. — № 7. — С. 25–35.
10. *Шакина Н.П., Иванова А.Р.* Блокирующие антициклоны: современное состояние исследований и прогнозирования // Метеорология и гидрология. — 2010. — № 11. — С. 5–18.

11. *Berner J., Shutts G.J., Leutbecher M., Palmer T.N.* A spectral stochastic kinetic energy backscatter scheme and its impact on flow-dependent predictability in the ECMWF ensemble prediction system // *J. Atmos. Sci.* — 2009. — V. 66. — P. 603–626.
12. *Bowler N., Arribas A., Beare S., Mylne K., Shutts G.J.* The local ETKF and SKEB: Upgrades to the MOGREPS short-range ensemble prediction system // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2009. — V. 135. — P. 767–776.
13. *Brier G.* Verification of forecasts expressed in terms of probability // *Mon. Wea. Rev.* — 1950. — V. 78. — P. 1–3.
14. *Dee D.P.* [et al.]. The ERA-Interim reanalysis: configuration and performance of the data assimilation system // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2011. — V. 137, issue 656. — P. 553–597.
15. *Fadeev R.Y., Ushakov K.V., Kalmykov V. V., Tolstykh M.A., Ibrayev R.A.* Coupled atmosphere–ocean model SLAV–INMIO: implementation and first results // *Russ. J. Num. An. Math. Mod.* — 2016. — V. 31, N. 6. — P. 329–337.
16. *Henderson S.A., Maloney E.D., Barnes E.A.* The influence of the Madden–Julian oscillation on Northern hemisphere winter blocking // *J. Climate.* — 2016. — V. 29. — P. 4597–4616.
17. *Konrad C.E., Coluccie S.J.* Synoptic climatology of 500 mb circulation changes during explosive cyclogenesis // *Mon. Wea. Rev.* — 1998. — V. 116. — P. 1431–1443.
18. *Kryjov V.N.* Seasonal climate prediction for North Eurasia // *Env. Res. Let.* — 2012. — V. 7. — P. 015203.
19. *MacLachlan C.* [et al.]. Global Seasonal forecast system version 5 (GloSea5): a high-resolution seasonal forecast system // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* — 2015. — V. 141, issue 689. — P. 1072–1084.
20. *Martius O., Schwierz C., Davies H.C.* Breaking waves at the tropopause in the wintertime Northern Hemisphere: climatological analyses of the orientation and the theoretical LC1/2 classification // *J. Atmos. Sci.* — 2007. — V. 64. — P. 2576–2592.
21. *Nakamura H., Wallace J.M.* Observed changes in baroclinic wave activity during the life cycles of low-frequency circulation anomalies // *J. Atmos. Sci.* — 1990. — V. 47. — P. 1100–1116.
22. *Neiman P.J., Shapiro M.A.* The life cycle of an extratropical marine cyclone. Part I: frontal-cyclone evolution and thermodynamic air-sea interaction // *Mon. Wea. Rev.* — 1993. — V. 121. — P. 2153–2176.
23. *Palmer T.N., Buizza R., Doblas-Reyes F., Jung T., Leutbecher M., Shutts G.J., Steinheimer M., Weisheimer A.* Stochastic parametrization and model uncertainty. — ECMWF Technical Memorandum No. 598, Reading (UK), 2009. — 42 P.

24. *Pellerin P., Ritchie H., Saucier F.J., Roy F., Desjardins S., Valin M., Lee V.* Impact of a two-way coupling between an atmospheric and an ocean-ice model over the Gulf of St. Lawrence // *Mon. Wea. Rev.* — 2004. — V. 132. — P. 1379–1398.
25. *Scaife A., Knight J., Vallis G., Folland C.* A stratospheric influence on the winter NAO and North Atlantic surface climate // *Geophys. Res. Lett.* — 2005. — V. 32. — P. L18.
26. *Scaife A., Woollings T., Knight J., Martin G., Hinton T.* Atmospheric blocking and mean biases in climate models // *J. Climate.* — 2010. — V. 23. — P. 6143–6152.
27. *Strong C., Magnúsdóttir G.* Tropospheric Rossby wave breaking and the NAO/NAM // *J. Atmos. Sci.* — 2008. — V. 65. — P. 2861–2876.
28. *Taylor K., Williamson D., Zwiers F.* The sea surface temperature and sea-ice concentration boundary conditions for AMIP II simulations : tech. rep. / Program for Climate Model Diagnosis and Intercomparison (PCMDI), LLNL, USA. — 2000. — 24 P. — N. 60.
29. *Toth Z., Kalnay E.* Ensemble forecasting at NCEP and the breeding method // *Mon. Wea. Rev.* — 1997. — V. 125. — P. 3297–3319.
30. *Vitart F.* [et al.]. The Sub-seasonal to Seasonal Prediction (S2S) Project Database // *Bull. Amer. Meteor. Soc.* — 2017. — V. 98. — P. 163–173.
31. WMO Lead Centre for Deterministic Forecast Verification. — 2017. — URL: <http://apps.ecmwf.int/wmo1cdnv/> (visited on 12/09/2017).
32. *Zhang D.-L., Radeva E., Gykum J.* A family of frontal cyclones over the Western Atlantic ocean. Part II: parameter studies // *Mon. Wea. Rev.* — 1999. — V. 127. — P. 1745–1760.

Заключение

Математическая модель является основным инструментом для исследования и прогноза состояния атмосферы. Разработка такой модели является большой задачей, объединяющей в себе исследования в области физики, математики, географии и других наук, работы в области информационно-вычислительных технологий.

Отправной точкой создания модели ПЛАВ стала разработка оригинального подхода к решению трехмерных уравнений гидротермодинамики атмосферы в терминах абсолютного вихря и дивергенции на несмещенной сетке. Сочетание полулагранжевого подхода и компактных разностей четвертого порядка точности позволило достичь высокой вычислительной эффективности модели. Внедрение модели в оперативную технологию Гидрометцентра России в 2010 году привело к заметному улучшению отечественного среднесрочного прогноза погоды на территории России. С момента первой публикации (2001 год) модель ПЛАВ непрерывно совершенствуется, также растет количество разработчиков модели.

В данной книге мы представили систему многомасштабного (бесшовного) моделирования атмосферы, разрабатываемую на основе модели ПЛАВ. Стратегия дальнейшего развития этой системы состоит, во-первых, в улучшении описания процессов подсеточного масштаба, с опорой на отечественные исследования в этой области, а во-вторых, в повышении горизонтального и вертикального разрешения модели. Повышение разрешения модели потребует реализации нового блока решения уравнений атмосферы, учитывающего негидростатические процессы. В этом направлении авторами уже получены первые результаты.

Развитие системы подготовки начальных данных для модели ПЛАВ видится связанным с реализацией гибридного вариационно-ансамблевого усвоения, использующего представленную в книге ансамблевую систему усвоения данных. Гибридные системы усвоения данных в настоящее время применяются во многих мировых прогностических центрах.

Включение модели многослойной почвы, представленной в главе 2, в оперативную технологию прогноза требует соединения этой параметризации с блоком усвоения влагосодержания почвы на основе упрощенного расширенного фильтра Калмана (глава 5). Такие работы ведутся в насто-

ящее время, ожидается, что это приведет к уменьшению ошибок среднесрочного прогноза приземной температуры и влажности.

Практическое применение концепции бесшовного прогноза ставит новые задачи перед группами, развивающими модели атмосферы. Важным аспектом становится моделирование взаимодействия атмосферы с океаном, морским льдом и другими средами.

Все перечисленные выше работы, как надеются авторы, позволят соответствовать современному уровню численного прогнозирования атмосферных процессов.

В книге приведены результаты работ, выполненных при поддержке Российского научного фонда: разделы 7.3 и 7.4 – грант 14-27-00126 П (выполнены в ИВМ РАН), разделы 7.1 и 2.7 – 14-37-00053 П (выполнены в Гидрометцентре России).

Оглавление

Введение	3
Литература к Введению	8
Глава 1 Блок решения уравнений динамики атмосферы <i>Толстых М.А., Шашкин В.В., Фадеев Р.Ю., Гойман Г.С.</i>	9
1.1 Уравнения модели	13
1.2 Полулагранжева аппроксимация адвективных членов уравнений	16
1.2.1 Традиционная полулагранжева аппроксимация	16
1.2.2 Полулагранжева аппроксимация, сохраняющая массу	17
1.3 Дискретизация по времени	19
1.3.1 Стандартная полунеевная дискретизация уравнений	19
1.3.2 Полунеевная дискретизация по времени с сохранением массы	22
1.4 Дискретизация по пространству	23
1.4.1 Горизонтальная сетка на сфере	23
1.4.2 Дискретизация операторов горизонтального градиента, дивергенции и вертикального компонента завихренности	23
1.4.3 Аппроксимация горизонтального оператора Лапласа	25
1.4.4 Аппроксимация нелинейных слагаемых уравнений	28
1.4.5 Дискретизация по вертикали	29
1.5 Методы решения эллиптических задач	30
1.5.1 Восстановление горизонтальной скорости на основе прямого метода	30
1.5.2 Решение задачи Гельмгольца прямым методом	31
1.5.3 Многосеточный алгоритм решения уравнений	32
1.6 Диссипативные механизмы	34
1.6.1 Гипер-диффузия с бигармоническим оператором	34
1.6.2 Демпферный слой вблизи верхней границы	36
1.7 Дополнительная информация к главе 1	36
1.7.1 Список обозначений	36

1.7.2	Полулагранжева аппроксимация векторных уравнений на сфере	38
1.7.3	Правые части полунявной системы уравнений	41
1.7.4	Матрицы вертикальных операторов	42
	Литература к главе 1	43
Глава 2 Параметризации процессов подсеточного масштаба		
	<i>Толстых М.А., Фадеев Р.Ю., Шашкин В.В., Юрова А.Ю.</i>	47
2.1	Блок радиации	48
2.2	Тепло- и влагоперенос в почве	51
2.3	Параметризации ALADIN/LACE	53
2.4	Глубокая конвекция	54
2.5	Облачность и облачное влагосодержание	56
2.6	Орографическое гравитационно-волновое сопротивление	56
2.7	Турбулентные потоки и процессы в пограничном слое	58
2.8	Крупномасштабные осадки и микрофизические процессы	60
2.9	Процессы на поверхности	62
2.10	Модификации параметризаций ALADIN/LACE	64
	Литература к главе 2	66
Глава 3 Параллельная реализация модели		
	<i>Толстых М.А., Фадеев Р.Ю., Гойман Г.С.</i>	71
3.1	Параллельная архитектура модели	71
3.2	Технологии для повышения масштабируемости модели	74
3.3	Система ввода-вывода	76
3.3.1	Мастер-процесс	77
3.3.2	Внутренние делегаты	78
3.3.3	Библиотека подпрограмм ParIO	78
3.4	Параллельный ввод-вывод в системе подготовки данных	82
3.5	Вычислительные характеристики модели ПЛАВ	84
3.5.1	Параллельная масштабируемость модели	84
3.5.2	Модель ПЛАВ на перспективных вычислительных системах	85
	Литература к главе 3	88
Глава 4 Система ансамблевого прогноза и усвоения данных наблюдений		
	<i>Шляева А.В., Мизяк В.Г., Рогутков В.С., Толстых М.А.</i>	90
4.1	Введение	90
4.2	Ансамблевое усвоение данных	92
4.2.1	Постановка задачи усвоения данных	92
4.2.2	Фильтр Калмана	93

4.2.3	Ансамблевые фильтры Калмана	94
4.2.4	Перспективная ансамблевая система усвоения для модели ПЛАВ	96
4.2.5	Параллельная реализация алгоритма LETKF	101
4.3	Система ансамблевого прогноза на основе локального ансамблевого фильтра Калмана	103
	Литература к главе 4	105

Глава 5 Оперативная технология подготовки начальных данных

Толстых М.А., Шляева А.В., Мизяк В.Г., Богословский Н.Н., Махнорылова С.В. **109**

5.1	Общее описание	109
5.1.1	Блок подготовки данных	110
5.1.2	Инициализация начальных данных на основе цифрового фильтра	112
5.2	Подготовка начальных данных о приземной температуре и влажности	115
5.3	Объективный анализ приземных температуры и относительной влажности	116
5.4	Анализ влагосодержания глубокого слоя почвы методом упрощенного расширенного фильтра Калмана	117
5.5	Система верификации прогнозов	119
	Литература к главе 5	122

Глава 6 Практическое применение модели ПЛАВ

Толстых М.А., Фадеев Р.Ю. **124**

6.1	Различные конфигурации модели	124
6.1.1	Среднесрочный прогноз	124
6.1.2	Долгосрочный прогноз	125
6.1.3	Моделирование климата	125
6.2	Структура данных модели	125
6.3	Организация расчетов модели	127
6.4	Описание выдачи модели	129
6.5	Список поверхностных полей, используемых в параметризациях	130
6.6	Необходимые файлы	132
6.7	Файл <code>namelist</code>	132
6.7.1	Раздел <code>NAMPATH</code>	133
6.7.2	Раздел <code>NAMSTR</code>	134
6.7.3	Раздел <code>NAMDYN</code>	136
6.7.4	Раздел <code>NAMPHY</code>	138
6.7.5	Раздел <code>NAMDFI</code>	144

6.8	Компиляция и запуск модели	144
	Литература к главе 6	144
Глава 7 Применение модели: от среднесрочного прогноза		
до моделирования климата		
	<i>Толстых М.А., Фадеев Р.Ю., Рогутов В.С.</i>	146
7.1	Среднесрочные прогнозы	146
7.2	Результаты опытных среднесрочных ансамблевых прогнозов	147
7.3	От среднесрочного к бесшовному прогнозу	151
7.4	Модель ПЛАВ – компонент совместной модели	155
	Литература к главе 7	158
	Заключение	161

Толстых М.А., Шашкин В.В., Фадеев Р.Ю., Шляева А.В.,
Мизяк В.Г., Рогутов В.С., Богословский Н.Н.,
Гойман Г.С., Махнорылова С.В., Юрова А.Ю.

**СИСТЕМА МОДЕЛИРОВАНИЯ
АТМОСФЕРЫ
ДЛЯ БЕСШОВНОГО ПРОГНОЗА**

Подписано в печать 12.11.2017. Формат 70 × 100/16
Печать офсетная. Печ. л. 13,55. Тираж 300 экз. Заказ 171212
Отпечатано в типографии «ТРИАДА ЛТД»
125130, Москва, ул. Клары Цеткин, д. 33
тел./факс: (495) 617-11-98
www.triadaltd.ru